"Lo esencial es invisible a los ojos.."
Antoine de Saint Éxupéry

Unidad 10

Multiplicación y división de fracciones algebraicas

Objetivos

Al finalizar la unidad, el alumno:

- Realizará la multiplicación de fracciones algebraicas.
- Aplicará la razón y proporción en la solución de problemas.
- Efectuará la racionalización de denominadores.
- Realizará la división de fracciones algebraicas.

Introducción

En la unidad anterior viste qué es una fracción algebraica y aprendiste a sumarlas y restarlas. En esta unidad aprenderás a multiplicarlas y dividirlas y luego realizarás operaciones combinadas.

Es habitual considerar que la suma y la resta son más simples que la multiplicación y la división. Para nosotros, en las fracciones no sucede así. La multiplicación (la división de fracciones se reduce a una multiplicación) es más "natural" en el sentido de que no hay que transformar los elementos que intervienen de la operación a denominadores compatibles de ser sumados. Por ello aprovecharemos esta unidad para aplicar todo lo que has aprendido durante este libro. En cada momento que encuentres alguna dificultad que se relacione con aprendizajes de unidades anteriores, será conveniente que vuelvas a ellas para reafirmar tus conocimientos.

10.1. Multiplicación de fracciones algebraicas

10.1.1. Multiplicación de fracciones

Decíamos anteriormente que el álgebra es una generalización de la aritmética. No obstante, reducirnos a esa afirmación es subestimar el álgebra y sus consecuencias. En este libro hemos querido recurrir a los conocimientos que ya tienes, para de ellos derivar los nuevos de manera natural.

Por ello conviene recordar la multiplicación de fracciones aritméticas. Hagámoslo a partir de los ejemplos.

Ejemplos:

Realiza las siguientes multiplicaciones:

1. $\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{5}{7}\right)=\frac{10}{21}$

Como recordarás, la multiplicación es "derecha" (la división es en cruz). Con esto queremos decir que:

· Para hallar el numerador de la fracción producto multiplicamos los numeradores de las fracciones factores; y

· Para hallar el denominador de la fracción producto multiplicamos los denominadores de las fracciones factores.

Es decir: $\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{5}{7}\right) = \frac{10}{21}$

2. $\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{5}{2}\right) = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$

Donde el $\frac{5}{3}$ es la simplificación de $\frac{10}{6}$

Recuerda que el 1 es el neutro multiplicativo, lo cual significa que multiplicado por cualquier número no lo altera: a 1 = a.

Pero ese 1 puede escribirse de muchas maneras:

- 4 – 3 = 1 • (a + 1) – a = 1 • $a^0 = 1$ (si $a \neq 0$) etcétera.

En particular, nos interesa una fracción con igual numerador y denominador:

$$\frac{a}{a} = 1 \quad \text{con } a \neq 0$$

¿Existe la fracción $\frac{a}{a}$ con *a* = 0?

Entonces, dada una fracción cualquiera $\left(\frac{x}{y}\right)$, si se la multiplica por otra con igual numerador y denominador, se obtiene una **fracción equivalente:**

$$\left(\frac{x}{y}\right)\left(\frac{a}{a}\right) = \left(\frac{xa}{ya}\right) \quad \text{donde} \quad \left(\frac{xa}{ya}\right) = \left(\frac{x}{y}\right)$$

Decimos que dos fracciones son **equivalentes** si expresan el mismo número, es decir, que una se obtiene de la otra multiplicando el numerador y el denominador por el mismo número.

Por ejemplo son fracciones equivalentes de 2/3:

2/3 4/6 6/9 –8/–12 20/30 2a/3a

Si te fijas en la primer fracción, vemos que toda fracción es equivalente a sí misma. La segunda fracción se obtuvo multiplicando "arriba" y "abajo" por 2, la tercera por 3, la cuarta por (– 4), la quinta por 10 y la sexta por un número "a" (está implícito que $a \neq 0$). Si esta última la observas como una división de monomios:

$$\frac{2a}{3a} = \frac{2}{3}a^0 = \frac{2}{3}$$

La última fracción obtenida evidentemente es equivalente a la dada. Lo anterior implica que dada una fracción cualquiera x/y la fracción que se obtiene de multiplicar el numerador y el denominador por el mismo número "a" $\neq 0$, es equivalente a ella. En símbolos:

$$\text{si } a \neq 0 \qquad \frac{xa}{ya} = \frac{x}{y}$$

Un **error** muy común es simplificar sumandos del numerador y del denominador. Fíjate que:

$$\frac{2+5}{3+5} \neq \frac{2}{3}$$

ya que 7/8 no se puede obtener de 2/3 por la multiplicación del numerador y del denominador por el mismo número. En símbolos:

$$\text{si } a \neq 0 \qquad \frac{x+a}{y+a} \neq \frac{x}{y}$$

Si dos fracciones son equivalentes, ¿cómo interpretas sus diferencias?

3. $\left(\frac{2}{15}\right)\left(\frac{5}{4}\right)\left(\frac{24}{3}\right) =$

En lugar de multiplicar y luego simplificar, es conveniente primero simplificar y luego multiplicar las fracciones. Debes tomar en cuenta que la simplificación conlleva una división con la misma prioridad que la multiplicación, por lo que es equivalente cualquier orden que tomemos. Sin embargo, cuando los números involucrados son grandes, es conveniente primero reducir (simplificar) y luego operar:

$$\left(\frac{2}{15}\right)\left(\frac{5}{4}\right)\left(\frac{24}{3}\right) = \frac{(2)(5)(24)}{(15)(4)(3)} = \frac{(2)(5)(3)(8)}{(3)(5)(4)(3)} = \frac{(2)(5)(3)(2)^3}{(3)(5)(2)^2(3)}$$

$$= \frac{(2)^4(3)(5)}{(2)^2(3)^2(5)} = \frac{(2)^2}{(3)} = \frac{4}{3}$$

Este procedimiento es equivalente a ir simplificando cualquier factor del numerador con cualquiera del denominador:

$$\left(\frac{2}{15}\right)\left(\frac{5}{4}\right)\left(\frac{24}{3}\right) = \left(\frac{2}{\underset{3}{\cancel{15}}}\right)\left(\frac{\overset{1}{\cancel{5}}}{4}\right)\left(\frac{24}{3}\right) = \left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{\overset{8}{\cancel{24}}}{\underset{1}{\cancel{3}}}\right) = \left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{1}{\underset{1}{\cancel{4}}}\right)\left(\frac{\overset{2}{\cancel{8}}}{1}\right)$$

$$= \left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{1}{1}\right)\left(\frac{2}{1}\right) = \frac{4}{3}$$

Ejercicio 1

Simplifica y luego multiplica las siguientes fracciones:

1. $\left(\frac{7}{3}\right)\left(\frac{51}{14}\right)\left(\frac{2}{17}\right)=$

2. $\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)\left(\frac{51}{\sqrt{8}}\right)\left(\frac{2}{17}\right)=$

10.1.2. Multiplicación de fracciones algebraicas

De igual forma podemos operar fracciones algebraicas, es decir, fracciones cuyos elementos sean expresiones algebraicas (monomios y polinomios).

Ejemplos:

Analiza los siguientes ejemplos:

¿Qué significa simplificar factores mas no sumandos?

4. $\left(\frac{2a}{3b}\right)\left(\frac{5b^2}{a^4}\right)\left(\frac{2a^5b^7}{15}\right)=\left(\frac{20a^6b^9}{45a^4b}\right)=\frac{4a^2b^8}{9}=\frac{4}{9}a^2b^8$

5. $\left(\frac{a+b}{5}\right)\left(\frac{1}{a+b}\right)=\frac{a+b}{5(a+b)}=\left(\frac{1}{5}\right)$

Decíamos que pueden simplificarse factores mas no sumandos. Fíjate que (a + b) es un factor tanto en el numerador como en el denominador y por lo tanto la ecuación puede simplificarse siempre y cuando $a + b \neq 0$, es decir, si $a \neq -b$. Además (a + b) en el numerador está siendo multiplicado por I (¿recuerdas los supuestos?) y por lo tanto a simplificarse con el factor del denominador queda un 1.

Ejercicio 2

Realiza los siguientes productos de fracciones algebraicas:

1. $\left(\frac{2a^5}{10b}\right)\left(\frac{5b^2}{a^4}\right)=$

2. $\left(\dfrac{64x^2}{y^8}\right)\left(-\dfrac{x^2y^5}{16z}\right)=$

3. $\left(\dfrac{2(x+y)^2}{3(x-y)}\right)\left(-\dfrac{3(x-y)^2}{(x+y)}\right)=$

10.1.3. Razón y proporción

Es posible que uno de los conceptos más ricos e importantes del acervo cultural del hombre sea el de **razón**. Muchas veces este concepto se "esconde" detrás de las operaciones o de supuestos que no hacemos conscientes. Los antiguos griegos desarrollaron magistralmente este concepto aun sin manejar el lenguaje algebraico con el que lo estudiaremos nosotros.

Existen dos formas esenciales de comparar dos cantidades:

- Por su diferencia (o resta) es decir x – y, ó
- Por su cociente (razón) es decir $\dfrac{x}{y}$

La primera es una comparación absoluta y la segunda relativa. Por ejemplo, si para comprar un objeto que cuesta 100 $* tenemos ahorrado 70$, la primera comparación nos dice que:

Nos faltan 30$ para poder comprarlo (100$ – 70$)

Fíjate que para usar este criterio de comparación es preciso tener magnitudes consistentes (términos semejantes) ya que de no ser así no podríamos restarlos.

Si tomamos el mismo ejemplo con el segundo criterio (el del cociente o razón) notaríamos que:

Tenemos $\dfrac{7}{10}$ del costo del objeto $\left(\dfrac{70\$}{100\$}\right)$

Donde las unidades ($) se cancelaron y quedó solamente una relación, una fracción. Es común expresar una fracción como ésta en forma porcentual y decir que:

Tenemos el 70% del costo del objeto $\left(\dfrac{70\$}{100\$}100\right)$

Donde, como verás, un porcentaje es una relación como cociente.

Muchas veces combinamos estas dos comparaciones, como por ejemplo cuando decimos que:

* Habitualmente designamos las cantidades monetarias con el signo $ antes del coeficiente. Ésta es sólo una convención y puede ser alterada. En este texto preferimos colocarlo luego del coeficiente.

Nos faltan los $\frac{3}{10}$ del costo del objeto $\left(\frac{100\$ - 70\$}{100\$}\right)$

O en forma de porcentaje nos falta el 30 % del costo del objeto $\left(\frac{100\$ - 70\$}{100\$}100\right)$

¿Analizaste si las operaciones algebraicas están bien realizadas?

Por lo anterior podemos definir que:

Una **razón** es la comparación o relación por cociente de dos cantidades.

En símbolos, la razón de "a" en "b" es a/b siendo $b \neq 0$.

Si observas bien, una razón es una fracción algebraica. Analicemos más este concepto en algunos ejemplos y ejercicios.

Ejemplos:

6. ¿Cómo se llama a la razón entre la distancia recorrida y el tiempo empleado por un automóvil? Esta razón es de suma importancia en la física y se llama **velocidad** (si el movimiento es uniforme rectilíneo). Por ejemplo, si un automóvil recorre 30 kilómetros en media hora, decimos que su velocidad media es:

$$v = \frac{30 \text{ km}}{0.5 \text{ h}} = 60\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

¿Cómo expresarías en forma de razón la cotización del peso mexicano con respecto al dólar estadounidense?

7. ¿Cómo se llama a la razón entre la masa de un cuerpo y su volumen? Si recuerdas tus cursos de física y de química, esta razón es esencial para estudiar los cuerpos y materiales, y se llama **densidad**. Es común simbolizar a las magnitudes con la primera letra de su nombre (como en el caso anterior a la velocidad con la "v"); sin embargo, a la densidad se le suele simbolizar con la letra griega δ, llamada delta, que es la equivalente de nuestra actual "d". Para ejemplificarlo calculemos la densidad del agua (sustancia más abundante en la Tierra y esencia de la vida) en un botellón de 20 litros (l) que tiene una masa de 20 kilogramos (¿recuerdas la diferencia entre masa y peso?)

$$\delta = \frac{20 \text{ kg}}{20 \text{ l}} = 1\frac{\text{kg}}{\text{l}}$$

El resultado anterior significa que una botella de l litro "pesa" (en realidad deberíamos decir que tiene una masa) l kilogramo. La costumbre hace que este monomio sea expresado con el coeficiente l, aunque los supuestos del álgebra dicen que es irrelevante.

8. ¿Cuánto cuesta el azúcar, la leche o la lechuga? Te imaginarás que no estamos pretendiendo hacer un estudio de mercado, sino simplemente hacerte consciente que los precios son razones. Evidentemente la pregunta de cuánto cuesta el azúcar no tiene sentido si no suponemos que estamos hablando de determinada cantidad o unidad de precio. Los economistas llaman **precios unitarios** a estas razones entre el precio y la unidad de comercialización. Así, si suponemos que el kilogramo de azúcar cuesta 6$, deberíamos decir:

Precio unitario del azúcar = $6\,\frac{\$}{\mathrm{kg}}$

Ejercicio 3

1. Busca otras razones en tu experiencia cotidiana y exprésalas como una fracción algebraica:

____

____

____

____

____.

Los antiguos griegos no expresaban a las razones en la forma de fracción como lo hemos hecho aquí. Ellos expresaban a la razón entre "d" y "e" como

d : e   que se lee   "d es a e"

Existe una clasificación entre las razones, que si bien no es trascendente, implica cierta comprensión de su significado.

Llamamos **razón interna** a la razón entre dos magnitudes semejantes (de igual parte literal).

Llamamos **razón externa** a la razón entre dos magnitudes no semejantes (de diferente parte literal).

Una fracción cualquiera es una razón interna, mientras que la velocidad y la densidad son razones externas. Una razón interna no tiene parte literal (¿por qué?) mientras que una externa sí.

Las razones son la base de muchos problemas, aquellos que llamabas "regla de tres simple". Para entender mejor esta relación debemos definir un concepto íntimamente relacionado con el de razón: la **proporción.**

Una **proporción** es una igualdad de dos razones. En símbolos $\frac{c}{d} = \frac{e}{f}$

O como lo escribían los griegos (y aún se puede leer en algunos textos):

c : d :: e : f que se lee: "c es a d como e es a f"

Recordemos el uso de las proporciones.

Ejemplos:

9. Si un automóvil recorre 80 kilómetros en una hora, ¿qué distancia recorrerá en 3 horas?

Solución:

En primaria resolvías este problema con la estructura de "regla de tres simple directa". Si pensamos en este nombre, veremos que "regla" es sinónimo de algoritmo, es decir, procedimiento que conduce a la solución sin reparar en justificación. Se llama de "tres" ya que si son conocidos tres elementos podemos encontrar el cuarto:

l h 80 km

3 h $x = \frac{(3\cancel{h})(80\,\text{km})}{1\cancel{h}} = 240\,\text{km}$

En forma de proporción lo anterior quiere decir hallar una fracción equivalente a la dada $\left(\frac{80\,\text{km}}{1\,\text{h}}\right)$ con denominador 3 h. Es decir: $\frac{80\,\text{km}}{1\,\text{h}} = \frac{x}{3\,\text{h}}$, donde el monomio desconocido es nombrado con la letra "x" para aclarar que es la expresión desconocida. ¿Recuerdas lo del número desconocido?

En la unidad anterior decíamos que para encontrar una fracción equivalente a otra debíamos multiplicar el numerador y el denominador por la misma expresión algebraica. En este caso, el monomio (l h) debe ser multiplicado por 3 para encontrar una fracción equivalente con denominador (3 h); por lo tanto:

$$\frac{80\,\text{km}}{1\,\text{h}} = \frac{3}{3}\,\frac{80\,\text{km}}{1\,\text{h}} = \frac{240\,\text{km}}{3\,\text{h}}$$

Que es una fracción equivalente a $\left(\frac{80\,\text{km}}{1\,\text{h}}\right)$ pero con denominador (3 h) y que se interpreta como que en tres horas recorrerá 240 kilómetros.

10. ¿Qué volumen ocupan 598.92 gramos de una sustancia que tiene densidad $\delta = 0.92\,\dfrac{\text{g}}{\text{cm}^3}$?

Solución:

Hagamos algunas precisiones. En este caso la densidad $\delta = 0.92\,\dfrac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ expresa una razón externa que significa:

$$\delta = \frac{0.92\ \text{g}}{1\,\text{cm}^3}$$

Donde el 1 como coeficiente del denominador se ha eliminado de acuerdo con los supuestos de la escritura algebraica.

Este problema se reduce a encontrar una fracción equivalente a $\left(\dfrac{0.92\ \text{g}}{1\,\text{cm}^3}\right)$ pero con numerador 598.92 g. Para ello dividimos el numerador nuevo entre el que teníamos:

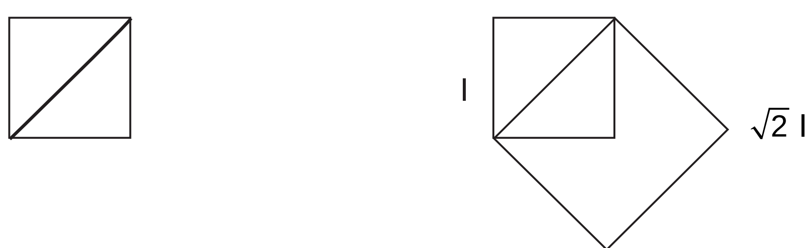
$$\frac{598.92\ \text{g}}{0.92\ \text{g}} = 651 \qquad \text{por lo tanto:} \qquad \frac{0.92\ \text{g}}{1\,\text{cm}^3} = \frac{651}{651}\,\frac{0.92\ \text{g}}{1\,\text{cm}^3} = \frac{598.92\ \text{g}}{651\,\text{cm}^3}$$

La última expresión nos permite concluir que 598.92 g de esa sustancia ocupará un volumen de 651 cm^3.

11. ¿Cuál es la razón entre las áreas de un cuadrado y el cuadrado formado por su diagonal?

Solución:

Geométricamente podemos entender este problema construyendo un cuadrado y luego trazando una de sus dos diagonales (que son iguales) (figura 10.1. a) y a partir de ella trazar otro cuadrado (figura de cuatro lados iguales y perpendiculares) (figura 10.1. b).



{a} {b}

Figura 10.1

Si llamamos l al lado del cuadrado original, por el teorema de Pitágoras podemos hallar la medida del lado del cuadrado formado por la diagonal: $\sqrt{l^2 + l^2} = \sqrt{2l^2} = \sqrt{2}\ l$

Como este problema nos pide hallar la razón entre las áreas, calcularemos cada una de ellas. Como el área de un cuadrado se calcula como la medida del lado al cuadrado, si llamamos a al área del cuadrado original y A a la del cuadrado grande, entonces:

$$a = (l)^2 = l^2 \qquad A = (\sqrt{2}\, l)^2 = (\sqrt{2})^2 l^2 = 2\, l^2$$

Y por lo tanto la razón entre sus áreas es:

$$\frac{A}{a} = \frac{2\cancel{l^2}}{\cancel{l^2}} = 2$$

Que es una razón interna (la parte literal tiene exponente cero), que significa que el cuadrado formado por la diagonal de otro cuadrado tiene área igual al doble. Fíjate que la razón nos da la relación entre las áreas (la segunda es el doble de la primera o bien la primera es la mitad de la segunda) pero no nos dice la medida de cada una de ellas.

Vamos a practicarlo.

Ejercicio 4

1. ¿Cuál es la masa de 20 litros de agua si su densidad es $\delta = 1\,\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$?

2. La probabilidad de que suceda un evento se define como el cociente del número de casos favorables de ese suceso entre el número de casos posibles (totales). ¿Cuál es la probabilidad de que salga águila al arrojar una moneda (volado)? ¿Es una razón interna o externa? Expresa el resultado en forma de porcentaje.

3. Si el costo de un artículo es de “a” pesos, ¿por qué para conocer el costo de “n” de esos artículos debemos multiplicar (a)(n)?

10.1.4. Racionalización de denominadores

Una aplicación interesante de la multiplicación de fracciones algebraicas es la llamada racionalización de denominadores.

Un número se llama **racional** (nombre que deriva de razón) si puede ser expresado como una fracción con numerador y denominador enteros (claro que el denominador no puede ser cero). Una alternativa es que un número es racional si su expresión decimal es finita o infinita pero periódica. Así, son ejemplos de números racionales el 2, el 2/5, el 1/3 o el 15/7, ya que:

$2 = 2.0$ $\qquad \frac{2}{5} = 0.4$ $\qquad \frac{1}{3} = 0.\bar{3}$ $\qquad \frac{15}{7} = 2.142857$

Un número se llama **irracional** si no puede ser expresado como una fracción con numerador y denominador enteros. Otra forma de expresar esto mismo es que un número es irracional si su expresión decimal es infinita y no periódica. Es decir, que en su expresión decimal no aparece ningún periodo. Son ejemplos de números irracionales: $\neq, \sqrt{2}, \sqrt{3},$ ya que:

$\pi = 3.1415927...$ $\qquad \sqrt{2} = 1.4142136...$ $\qquad \sqrt{3} = 1.7320508...$

En general, son irracionales las raíces cuadradas de todos los números primos y de muchos otros compuestos (fíjate que $\sqrt{4}$ no es irracional ya que es igual a 2) y muchos otros números como:

0.123456789101112131415...

ó

0.101001000100001...

Muchas de las fracciones contienen algún elemento irracional. Estos números no podemos expresarlos sin elementos irracionales. Sin embargo, existe una diferencia importante: es comprensible hablar de "la mitad de $\sqrt{2}$" $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$; no lo es el hablar de "la raíz cuadrada de la mitad de uno" $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ aunque como vamos a ver a continuación expresan exactamente el mismo número. La racionalización de denominadores, como su nombre lo indica, consiste en convertir en un número racional al denominador de una fracción algebraica que contenga uno o más elementos irracionales generalmente expresados como raíces no exactas.

Primer caso:

E1 denominador es la raíz cuadrada no exacta de un número. Este caso contempla precisamente el número $\frac{1}{\sqrt{2}}$. Sabemos que si a un número lo multiplicamos por 1, no cambiará su valor. Eso es precisamente lo que haremos: multiplicar el número dado por 1, pero expresado como una fracción cuyo numerador y denominador es el irracional que queremos quitar del denominador, es decir:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\right) = \frac{\sqrt{2}}{\left(\sqrt{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Como ves, $\frac{1}{\sqrt{2}}$ y $\frac{\sqrt{2}}{2}$ son el mismo número, de la misma forma en que dos fracciones equivalentes, como por ejemplo $\frac{1}{3}$ y $\frac{2}{6}$ expresan la misma parte; sin embargo, la operación para la segunda expresión $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ es más fácil y su interpretación más comprensible.

Hagamos algunos ejemplos y luego algunos ejercicios.

Ejemplos:

Racionalizar:

12. $\frac{1}{\sqrt{3}}$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\right) = \frac{\sqrt{3}}{\left(\sqrt{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Segundo caso:

E1 denominador es la raíz n-ésima (de indice “n”) no exacta de un número.

En este caso queremos resolver situaciones como racionalizar el número $\frac{6}{\sqrt[5]{8}}$.

Date cuenta de que $\frac{6}{\sqrt[5]{8}} = \frac{6}{\sqrt[5]{2^3}} = \frac{6}{2^{\frac{3}{5}}}$

¿Por cuál número hay que multiplicar $2^{\frac{3}{5}}$ para obtener un número racional? Existen muchos (en realidad infinitos) pero el mínimo es aquel que elimina la raíz, es decir, el que multiplicado dé 2^1. Como para multiplicar potencias de igual base sumamos los exponentes, el número buscado es 2 elevado al exponente “x” tal que:

$$\frac{3}{5} + x = 1$$

Es decir $2^{\frac{2}{5}}$ o lo que es lo mismo $\sqrt[5]{2^2}$, ya que: $\frac{6}{\sqrt[5]{8}} = \left(\frac{6}{\sqrt[5]{2^3}}\right)\left(\frac{\sqrt[5]{2^2}}{\sqrt[5]{2^2}}\right)$

$$= \frac{6\sqrt[5]{4}}{\sqrt[5]{2^5}} = \frac{6\sqrt[5]{4}}{2} = 3\sqrt[5]{4}$$

Tercer caso:

El denominador es un binomio en el que alguno de los términos (o los dos) son raíces cuadradas no exactas.

En este caso deseamos resolver situaciones como racionalizar el número $\frac{2}{\sqrt{3}+4}$.

Si recuerdas lo que hicimos anteriormente, al multiplicar un binomio por su conjugado obtenemos una diferencia de cuadrados. En símbolos: (a + b) (a – b) = $a^2 - b^2$. Y los cuadrados eliminarán la raíz del denominador. Entonces:

$$\frac{2}{\sqrt{3}+4} = \left(\frac{2}{\sqrt{3}+4}\right)\left(\frac{\sqrt{3}-4}{\sqrt{3}-4}\right) = \frac{2(\sqrt{3}-4)}{(\sqrt{3}+4)(\sqrt{3}-4)} = \frac{2\sqrt{3}-8}{3-16} = \frac{2\sqrt{3}-8}{-13}$$

Por lo que $\frac{2}{\sqrt{3}+4} = -\frac{2\sqrt{3}}{13} + \frac{8}{13}$

Nota que operamos los radicales como si fueran partes literales de monomios.

Ejercicio 5

Racionalizar:

1. $\frac{1}{\sqrt{5}}$

2. $\frac{3}{\sqrt{6}}$

3. $\frac{7}{\sqrt[4]{9}}$

4. $\frac{8}{\sqrt{5}+2}$

5. $\frac{1}{\sqrt{7}-3}$

6. $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$

10.2. División de fracciones algebraicas

Ahora vamos a la cuarta operación aritmética: la división. Para inducir cómo debemos operar con las fracciones algebraicas, hagamos un breve repaso de la división de fracciones comunes.

10.2.1. División de fracciones

Existen tres formas de expresar la división de fracciones que aun siendo equivalentes pueden parecer muy diferentes si uno no está suficientemente atento. Para mostrarlas hagamos

(2/3) ÷ (7/5)

Primera forma:

$$\frac{2}{3} \div \frac{7}{5} = \frac{10}{21}$$

Para dividir dos fracciones multiplicamos en cruz.

$$\frac{2}{3} \div \frac{7}{5} = \frac{10}{21}$$

Segunda forma:

$$\frac{2}{3} \div \frac{7}{5} = \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7} = \frac{10}{21}$$

Para dividir dos fracciones multiplicamos (“derecho”) a la primera fracción (dividendo) por la inversa de la segunda. Esta forma transforma la división en un producto, por ello la operación se vuelve una multiplicación (se opera “derecho”, no en cruz). Fíjate que dividir por 2 es lo mismo que multiplicar por 0.5, el cual es $^{1}/_{2}$, el inverso multiplicativo de 2.

Tercera forma:

$$\frac{2}{3} \div \frac{7}{5} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{7}{5}} \qquad \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 7} = \frac{10}{21}$$

Esta forma es a veces conocida como la “ley del sandwich”. En ella, el numerador (10) es igual al producto de los extremos (2 y 5) y el denominador (21) es igual al producto de los medios (3 y 7).

10.2.2. División de fracciones algebraicas

Cualquiera de las tres formas son equivalentes y también válidas para la operación de fracciones algebraicas con la sola condición de operar algebraicamente en lugar de la operación aritmética que hicimos en el apartado anterior. Practiquémoslo.

Ejemplos:

Hallar las siguientes divisiones de fracciones algebraicas:

13. $\left(\frac{3x^2y}{8ab^2}\right) \div \left(\frac{6xy}{4ab^3}\right) =$

Podemos operar de cualquiera de las tres formas; sin embargo, de todas ellas la primera no se usa mucho ya que tiende a confundir al deber recordar qué factores pueden simplificarse. En este caso usaremos la segunda.

$$\left(\frac{3x^2y}{8ab^2}\right) \div \left(\frac{6xy}{4ab^3}\right) = \left(\frac{3x^2y}{8ab^2}\right)\left(\frac{4ab^3}{6xy}\right) = \frac{12x^2\,y\,ab^3}{48ab^2xy} = \frac{1}{4}bx$$

Una vez que transformamos la división en producto, podemos simplificar cualquier factor de cualquiera de los numeradores con cualquier factor de cualquiera de los denominadores antes de multiplicar, y así realizar menos operaciones.

$$\left(\frac{3x^2y}{8ab^2}\right) \div \left(\frac{6xy}{4ab^3}\right) = \left(\frac{\overset{1}{\cancel{3}}x^2y}{\underset{2}{\cancel{8}}ab^2}\right)\left(\frac{\overset{1}{\cancel{4}}ab^3}{\underset{2}{\cancel{6}}xy}\right) = \frac{1}{4}bx$$

Ejercicio 6

Realiza las siguientes divisiones de fracciones algebraicas.

1. $\left(\frac{13x^5y^4}{3ab^2c}\right) \div \left(\frac{26xyc}{12ab^3}\right) =$

2. $\dfrac{\left(\dfrac{\sqrt{3}x^3y^5}{8a^2b^6}\right)}{\left(\dfrac{xy^6}{2\sqrt{3}ab^9}\right)} =$

Ya estás en condiciones de aplicar todo lo aprendido en este libro. Para ello realicemos primero una miscelánea a modo de ejemplo.

Ejemplos:

14. Simplifica $\dfrac{4x^2+16x+16}{2x^2-8}$

Solución:

$$\frac{4x^2+16x+16}{2x^2-8}=\frac{4(x^2+4x+4)}{2(x^2-4)}=\frac{4(x+2)^{\cancel{2}}}{2\cancel{(x+2)}(x-2)}=\frac{4(x+2)}{2(x-2)}$$

15. Simplifica $\dfrac{x^3-4x}{x^3+2x^2}$

Solución:

$$\frac{x^3-4x}{x^3+2x^2}=\frac{x(x^2-4)}{x^2(x+2)}=\frac{x(x+2)(x-2)}{x^2(x+2)}=\frac{(x-2)}{x}$$

16. Realiza la siguiente multiplicación: $\left(\dfrac{x+1}{x-1}\right)\left(\dfrac{x^2-1}{x+1}\right)$

Solución:

$$\left(\frac{x+1}{x-1}\right)\left(\frac{x^2-1}{x+1}\right)=\left(\frac{x+1}{\cancel{x-1}}\right)\left(\frac{\cancel{(x+1)}\cancel{(x-1)}}{\cancel{x+1}}\right)=x+1$$

17. Realiza la siguiente división: $\dfrac{x}{x-1}\div\dfrac{x-1}{x+2}$

Solución:

$$\frac{x}{x-1}\div\frac{x-1}{x+2}=\frac{x}{x-1}\cdot\frac{x+2}{x-1}=\frac{x(x+2)}{(x-1)^2}=\frac{x^2+2x}{x^2-2x+1}$$

18. Realiza la siguiente división: $\dfrac{x+3}{x^2-1}\div\dfrac{x^2+6x+9}{2x-2}$

Solución:

$$\frac{x+3}{x^2-1}\div\frac{x^2+6x+9}{2x-2}=\frac{x+3}{x^2-1}\cdot\frac{2x-2}{x^2+6x+9}$$
$$=\frac{x+3}{(x+1)(x-1)}\cdot\frac{2(x-1)}{(x+3)^2}=\frac{2}{(x+1)(x+3)}=\frac{2}{x^2+4x+3}$$

I9. Realiza la siguiente operación combinada: $x+\left(\frac{3x-1}{2}\right)\left(\frac{x}{3x-1}\right)=$

Solución:

$$x+\left(\frac{3x-1}{2}\right)\left(\frac{x}{3x-1}\right)=x+\frac{x}{2}=\frac{2x+x}{2}=\frac{3x}{2}=\frac{3}{2}x$$

20. Realiza la siguiente suma: $\frac{x+7}{5}+\frac{2x-3}{5}+\frac{2x+1}{5}=$

Solución:

$$\frac{x+7}{5}+\frac{2x-3}{5}+\frac{2x+1}{5}=\frac{x+7+2x-3+2x+1}{5}=\frac{5x+5}{5}$$
$$=\frac{5(x+1)}{5}=x+1$$

21. Realiza la siguiente suma: $\frac{x-3}{x}+\frac{2x+4}{x}+\frac{x-1}{x}=$

Solución:

$$\frac{x-3}{x}+\frac{2x+4}{x}+\frac{x-1}{x}=\frac{x-3+2x+4+x-1}{x}=\frac{4x}{x}=4$$

22. Resuelve la siguiente suma: $\frac{2x^2-2x}{x-8}+\frac{64-16x}{x-8}+\frac{2x-x^2}{x-8}=$

Solución:

$$\frac{2x^2-2x}{x-8}+\frac{64-16x}{x-8}+\frac{2x-x^2}{x-8}=\frac{x^2-16x+64}{x-8}=\frac{(x-8)^2}{x-8}=x-8$$

23. Realiza la siguiente resta: $\frac{x+3}{4}-\frac{x-3}{4}=$

Solución:

$$\frac{x+3}{4}-\frac{x-3}{4}=\frac{x+3-(x-3)}{4}=\frac{x+3-x+3}{4}=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$$

24. Efectúa la siguiente resta: $\frac{x^2-2x}{x^2-6x+9}-\frac{9-2x}{x^2+9-6x}=$

Solución:

$$\frac{x^2-2x}{x^2-6x+9}-\frac{9-2x}{x^2+9-6x}=\frac{x^2-2x}{(x-3)^2}-\frac{9-2x}{(x-3)^2}=\frac{x^2-2x-(9-2x)}{(x-3)^2}$$
$$=\frac{x^2-2x-9+2x}{(x-3)^2}=\frac{x^2-9}{(x-3)^2}=\frac{(x+3)(x-3)}{(x-3)^2}=\frac{x+3}{x-3}$$

Ejercicio 7

1. Simplifica $\frac{3x^2+12x+12}{3x^2-12}$

2. Simplifica $\frac{2x^3-8x}{x^3+2x^2}$

3. Realiza la siguiente multiplicación: $\left(\frac{x+1}{x-1}\right)\left(\frac{x+1}{x^2-1}\right)$

4. Resuelve la siguiente división: $\frac{x+1}{x-1}\div\frac{x+1}{x^2-1}$

5. Realiza la siguiente división: $\frac{x-5}{x-2}\div\frac{x^2-10x+25}{x^2-4}$

6. Efectúa la siguiente operación combinada: $\frac{x}{3}+\left(\frac{3x-1}{2}\right)\left(\frac{2x}{3x-1}\right)$

7. Realiza la siguiente suma: $\frac{x-7}{5}+\frac{2x+3}{5}+\frac{2x-1}{5}$

8. Realiza la siguiente suma: $\frac{5x-1}{x^2}+\frac{3x^2-2x}{x^2}+\frac{1}{x^2}$

9. Resuelve la siguiente suma: $\frac{2x^2-2x}{x-3}+\frac{9-12x}{x-3}+\frac{8x-x^2}{x-3}$

10. Realiza la siguiente resta: $\frac{2x-7}{x^3}-\frac{3x-5}{x^3}$

11. Lleva a cabo la siguiente resta: $\frac{8-x}{2-x}-\frac{3x-4}{-x+2}$

Nota histórica

Evariste Galois (1811-1832)

Nació en la afueras de París, en una pequeña villa donde su padre trabajaba como mayor. Sus padres no mostraron ninguna actitud particular por las matemáticas, pero Galois aprendió de ellos a sentir un odio implacable por la tiranía. Ingresó a una escuela por primera vez a los 12 años, no mostrando ningún interés por aprender los idiomas griego y latín, ni por el álgebra, pero se mostraba fascinado por la Geometría de Legendre.

Posteriormente leyó con entusiasmo las obras maestras de Lagrange y Abel, mientras que su desempeño cotidiano en la clase de matemáticas era mediocre, y sus maestros lo consideraban excéntrico.

A los 16 años de edad supo lo que sus maestros no querían reconocer, que era un genio matemático. Esperaba, por lo tanto, ingresar a la escuela que tantos matemáticos había formado, la École Polytechnique, pero fue rechazado por su falta de preparación sistemática. Esta decepción fue seguida de otras. Un artículo que Galois escribió y presentó a la Academia aparentemente fue perdido por Cauchy. Luego fracasó en un segundo intento por ingresar a la École Polytechnique. Pero eso no fue todo lo trágico en su vida: su padre se suicidó al sentirse perseguido por intrigas eclesiásticas.

Galois ingresó a la École Normal, mientras continuaba sus investigaciones. En 1830 mandó a la Academia un segundo artículo, que fue recibido por Fourier, quien al poco tiempo murió, y ese texto suyo también se perdió.

Rodeado por todas partes por la tiranía y la frustración, Galois hizo suya la causa de la Revolución de 1830. Criticó públicamente al director de la École Normal. El asunto fue un escándalo que llegó a la prensa, por esta razón fue expulsado de ese centro de estudios. Su tercer intento por publicar sus investigaciones también fue frustrado cuando Poisson lo rechazó poniendo en duda el teorema central y declarando incomprensibles sus razonamientos.

El resentimiento de Galois era completamente explicable, y de alguna manera eso fue lo que lo llevó a la lucha política, olvidando casi por completo sus investigaciones matemáticas. Fue encarcelado dos veces a partir de julio de 1831. Tiempo después fue retado a duelo debido a una ruptura amorosa en circunstancias que no fueron aclaradas. La noche anterior al duelo redactó una carta a su amigo Chevalier, que ha quedado como un testamento matemático. A1 día siguiente por la mañana asistió al duelo y fue herido de muerte, perdiendo la vida un día después. Tenía entonces 20 años de edad.

En la carta dirigida a Chevalier, Galois recoge las ideas principales que no había podido desarrollar, y pidió a su amigo que sometiera esas ideas al juicio de Jacobi o Gauss. En 1846, varias memorias de Galois, junto con fragmentos de la carta, fueron publicados por Liouville en el Journal de mathématiques. Esto dio inicio a la difusión de sus trabajos. El problema esencial tratado por Galois es el de la resolubilidad de ecuaciones, que desarrolló de una manera más general que sus predecesores. Su acercamiento a dicho problema es lo que actualmente se conoce como **Teoría de Galois.**

Respuestas a los ejercicios

Ej. 1

1. $\left(\frac{7}{3}\right)\left(\frac{51}{14}\right)\left(\frac{2}{17}\right)=\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{51}{2}\right)\left(\frac{2}{17}\right)=\left(\frac{1}{1}\right)\left(\frac{17}{2}\right)\left(\frac{2}{17}\right)=\left(\frac{1}{1}\right)\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{2}{1}\right)=\left(\frac{1}{1}\right)\left(\frac{1}{1}\right)\left(\frac{1}{1}\right)=1$

2. $\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)\left(\frac{51}{\sqrt{8}}\right)\left(\frac{2}{17}\right)=\left(\frac{\sqrt{2}}{1}\right)\left(\frac{17}{2\sqrt{2}}\right)\left(\frac{2}{17}\right)=\left(\frac{\sqrt{2}}{1}\right)\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)\left(\frac{2}{1}\right)=\left(\frac{1}{1}\right)\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{2}{1}\right)=1$

Ej. 2

1. $\left(\frac{2a^5}{10b}\right)\left(\frac{5b^2}{a^4}\right)=a\,b$

2. $\left(\frac{64x^2}{y^8}\right)\left(-\frac{x^2y^5}{16z}\right)=-4x^4y^{-3}z^{-1}=\frac{-4x^4}{y^3z}$

3. $\left(\frac{2(x+y)^2}{3(x-y)}\right)\left(-\frac{3(x-y)^2}{(x+y)}\right)=-2(x+y)(x-y)=-2(x^2-y^2)$

Ej. 3

1. Escala: es la razón de la longitud de una medida en la representación (mapa o plano) y la longitud real.

- Aceleración: es la razón de la variación de la velocidad entre el incremento del tiempo.
- Densidad de población: es la razón entre el número de habitantes (personas, animales, árboles, etc.) y la superficie que ocupan.
- Una fracción cualquiera: razón entre el numerador (partes que se “toman”) entre el denominador (partes en que se divide).
- El porcentaje de intención de voto de un candidato: razón del número de votos del candidato entre el número total de votos.

- La probabilidad de que ocurra un evento (por ejemplo, un volado): razón entre el número de casos favorables entre el número de casos posibles.
- Proporciones de una receta (un pastel, por ejemplo): las recetas dan las proporciones de los ingredientes para elaborar por ejemplo un pastel de 2 kg. Si queremos hacer un pastel de 4 kg deberemos tomar el doble de cada ingrediente.
- Una calificación. No es lo mismo 8 sobre 10 que 50 sobre 100. No alcanza con decir "8" ó "50" salvo que la costumbre haga que el denominador esté implícito. En México, si no se dice nada, se supone que es sobre 10; en Francia es sobre 20.

Ej. 4

1. ¿Cuál es la masa de 20 litros de agua si su densidad es $\delta = 1\dfrac{\text{g}}{\text{cm}^3}$?

Como recordarás de tus cursos de física y química, 1 litro es equivalente a 1 000 cm^3, por lo que podemos establecer la razón unitaria:

$$1 = \frac{1000\ \text{cm}^3}{1\ \text{litro}}$$

Y entonces el volumen de 20 litros es equivalente a 20 000 cm^3, ya que:

$$20\ \text{litros} = (20\ \text{litros})\left(\frac{1\,000\ \text{cm}^3}{1\ \text{litro}}\right) = 20\,000\text{cm}^3$$

E1 problema se reduce, entonces, a encontrar una fracción equivalente a $\delta = 1\dfrac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ con denominador 20 000 cm^3. Por lo tanto:

$$1\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = \frac{1\ \text{g}}{1\ \text{cm}^3} = \frac{20\,000\ \text{g}}{20\,000\ \text{cm}^3}$$

Es decir, que 20 litros de agua tienen una masa de 20 kilogramos.

2. Como el número de "casos favorables" es 1 (que salga águila) y el número de "casos posibles" es 2 (águila o sol), entonces la probabilidad de que salga águila en un volado, la cual simbolizaremos como P(águila), es:

$$\text{P}(\text{águila}) = \frac{1}{2}$$

Que es evidentemente una razón interna y expresa sólo una relación de que de cada dos volados, "se espera" que uno sea águila. Expresado en porcentaje diremos que es el 50%.

3. Si el costo de un artículo es de "a" pesos, ¿por qué para conocer el costo de "n" de esos artículos debemos multiplicar (a) (n)?

E1 "costo unitario" de este artículo, es decir, el costo de un artículo, es "a" pesos. Lo anterior significa que la razón es: $\frac{a\$}{1}$.

Donde el 1 del denominador no tiene unidades. Por lo tanto, para encontrar el costo de "n" artículos debemos encontrar una razón equivalente, pero con denominador "n", para lo cual multiplicamos el numerador y el denominador por "n", es decir:

$$\frac{a\$}{1}=\frac{n}{n}\frac{a\$}{1}=\frac{n\,a\$}{n}$$

Ej. 5

1. $\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{1}{\sqrt{5}}\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$

2. $\frac{3}{\sqrt{6}}=\frac{3}{\sqrt{6}}\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}}=\frac{3\sqrt{6}}{6}=\frac{\sqrt{6}}{2}$

3. $\frac{7}{\sqrt[4]{9}}=\frac{7}{\sqrt[4]{3^2}}\frac{\sqrt[4]{3^2}}{\sqrt[4]{3^2}}=\frac{7\sqrt[4]{3^2}}{\sqrt[4]{3^4}}=\frac{7\sqrt[4]{3^2}}{3}$

4. $\frac{8}{\sqrt{5}+2}=\frac{8}{\sqrt{5}+2}\frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}-2}=\frac{8\left(\sqrt{5}-2\right)}{\left(\sqrt{5}\right)^2-2^2}=\frac{8\left(\sqrt{5}-2\right)}{5-4}=8\left(\sqrt{5}-2\right)$

5. $\frac{1}{\sqrt{7}-3}=\frac{1}{\sqrt{7}-3}\frac{\sqrt{7}+3}{\sqrt{7}+3}=\frac{\sqrt{7}+3}{\left(\sqrt{7}\right)^2-3^2}=\frac{\sqrt{7}+3}{7-9}=\frac{\sqrt{7}+3}{-2}=-\frac{\sqrt{7}}{2}-\frac{3}{2}$

6. $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}\frac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{5}\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)}{\left(\sqrt{7}\right)^2-\left(\sqrt{3}\right)^2}=\frac{\sqrt{35}+\sqrt{15}}{4}$

Ej. 6

1. $\left(\frac{13x^5y^4}{3ab^2c}\right)\div\left(\frac{26xyc}{12ab^3}\right)=\left(\frac{\overset{1}{\cancel{13}}x^5y^4}{\underset{1}{\cancel{3}}ab^2c}\right)\left(\frac{\overset{4}{\cancel{12}}ab^3}{\underset{2}{\cancel{26}}xyc}\right)=2bc^{-2}x^4y^3=\frac{2bx^4y^3}{c^2}$

2. $$\frac{\left(\frac{\sqrt{3}x^3y^5}{8a^2b^6}\right)}{\left(\frac{x\,y^6}{2\sqrt{3}\,a\,b^9}\right)} = \frac{2\left(\sqrt{3}\right)^2 x^3y^5a\,b^9}{8\,x\,y^6a^2b^6} = \frac{3}{4}x^2y^{-1}a^{-1}b^3 = \frac{3x^2b^3}{4y\,a}$$

Ej. 7

1. $$\frac{3x^2+12x+12}{3x^2-12} = \frac{3\left(x^2+4x+4\right)}{3\left(x^2-4\right)} = \frac{3(x+2)^2}{3(x+2)(x-2)} = \frac{x+2}{x-2}$$

2. $$\frac{2x^3-8x}{x^3+2x^2} = \frac{2x\left(x^2-4\right)}{x^2(x+2)} = \frac{2x(x+2)(x-2)}{x^2(x+2)} = \frac{2(x-2)}{x}$$

3. $$\left(\frac{x+1}{x-1}\right)\left(\frac{x+1}{x^2-1}\right) = \left(\frac{x+1}{x-1}\right)\left(\frac{x+1}{(x+1)(x-1)}\right) = \frac{x+1}{(x-1)^2}$$

4. $$\frac{x+1}{x-1} \div \frac{x+1}{x^2-1} = \left(\frac{x+1}{x-1}\right)\left(\frac{x^2-1}{x+1}\right) = \left(\frac{x+1}{x-1}\right)\left(\frac{(x+1)(x-1)}{x+1}\right) = x+1$$

5. $$\frac{x-5}{x-2} \div \frac{x^2-10x+25}{x^2-4} = \frac{x-5}{x-2}\cdot\frac{(x+2)(x-2)}{(x-5)^2} = \frac{x+2}{x-5}$$

6. $$\frac{x}{3} + \left(\frac{3x-1}{2}\right)\left(\frac{2x}{3x-1}\right) = \frac{x}{3} + x = \frac{x+3x}{3} = \frac{4x}{3} = \frac{4}{3}x$$

7. $$\frac{x-7}{5} + \frac{2x+3}{5} + \frac{2x-1}{5} = \frac{x-7+2x+3+2x-1}{5} = x-1$$

8. $$\frac{5x-1}{x^2} + \frac{3x^2-2x}{x^2} + \frac{1}{x^2} = \frac{5x-1+3x^2-2x+1}{x^2} = \frac{3x^2+3x}{x^2} =$$

$$\frac{3x(x+1)}{x^2} = \frac{3(x+1)}{x} = \frac{3x+3}{x}$$

9. $$\frac{2x^2-2x}{x-3} + \frac{9-12x}{x-3} + \frac{8x-x^2}{x-3} = \frac{x^2-6x+9}{x-3} = x-3$$

10. $$\frac{2x-7}{x^3} - \frac{3x-5}{x^3} = \frac{-x-2}{x^3}$$

11. $$\frac{12-4x}{2-x}$$

Nombre:	
Grupo:	Número de cuenta:
Profesor:	Campus:

Autoevaluación

1. Para multiplicar dos fracciones debemos:

a) Sumar numeradores y sumar denominadores.

b) Restar numeradores y sumar denominadores.

c) Multiplicar numeradores y multiplicar denominadores.

d) Multiplicar numeradores y dividir denominadores.

2. $\left(-\frac{\sqrt{2}\,a}{3b}\right)\left(\frac{5b^2}{\sqrt{8}\,a^4}\right) =$

a) $\frac{b}{\sqrt{4}\,a^4}$

b) $\frac{-5b}{6a^3}$

c) $\frac{b^2}{\sqrt{4}\,a^4}$

d) $\frac{5b^2}{6a^4}$

3. Si 5 bolillos cuestan “a” pesos, 7 bolillos costarán:

a) $\frac{7\text{a}}{5}$

b) $\frac{5\text{a}}{7}$

c) $\frac{5}{7\text{a}}$

d) $\frac{7}{5\text{a}}$

4. $\frac{2a}{\sqrt{8}} =$

a) $\frac{2\sqrt{8}a}{4}$

b) $\frac{2\sqrt{8}a}{4}$

c) $\frac{\sqrt{8}a}{4}$

d) $\frac{a}{2}$

5. $\frac{a}{\sqrt{a}} =$

a) $\frac{\sqrt{a}}{a}$

b) $\frac{1}{\sqrt{a}}$

c) $\frac{\sqrt{a}}{2}$

d) $\sqrt{a}$

6. $\frac{4}{\sqrt{2} - a} =$

a) $\frac{4(\sqrt{2} + a)}{2 - a^2}$

b) $\frac{(\sqrt{2} + a)}{1 - a^2}$

c) $\frac{4(\sqrt{2} - a)}{4 - a^2}$

d) $\frac{4(\sqrt{2} - a)}{4 + a^2}$

7. m.c.d. $(14x^3y^2, 26x^2) =$

a) $2x^2$

b) $182x^3$

c) $2x^2y^2$

d) $182x^3y^2$

8. m.c.m. $(14g^3, 6g^2h^3, 42j) =$

a) $2g^2$

b) $2g^2h^3j$

c) $42g^2h^3j$

d) $42g^3h^3j$

9. $\left(\frac{2xy^2}{3hj^3}\right) \div \left(\frac{4x}{9y}\right) =$

a) $\frac{3y^3}{2hj^3}$

b) $\frac{8x^2y}{27hj^3}$

c) $\frac{3y^2}{2hj^3}$

d) $\frac{18y^2}{12hj^3}$