Unidad 4

Ecuaciones de valor

Objetivos

Al finalizar la unidad, el alumno:

- Calculará el valor actual (capital) y valor futuro (monto) de cierta cantidad en problemas prácticos.
- Representará gráficamente problemas de valor actual y futuro.
- Determinará el valor de las deudas en la fecha de su vencimiento.
- Determinará el valor de los pagos y las deudas en la fecha focal.
- Resolverá ecuaciones de valor.
- Aplicará ecuaciones de valor en la solución de problemas.

Introducción

En las unidades anteriores aprendiste a calcular capital y monto, asimismo se mencionó que el capital es igualmente conocido como valor presente o actual y el monto como valor futuro. En esta unidad se retomarán estos conceptos, analizando el porqué se les conoce con estos nombres.

Estudiarás también las ecuaciones de valor, así como las gráficas de tiempo y valor y algunas de sus aplicaciones en casos prácticos como ocurre con la reestructuración de deudas.

4.1. Valor actual y valor futuro

Todos hemos oído hablar del término la inflación, que es un indicador de la pérdida del poder adquisitivo del dinero a través del tiempo.

Para poder compensar esta pérdida del poder adquisitivo, al valor actual (capital) se le agrega un interés, lo que permite que después de un tiempo se pueda adquirir lo mismo que se obtuvo con el capital inicial. Para entender esto veamos el siguiente caso:

Pensemos que el día de hoy se adquiere una recámara con un costo de $15 300 y la inflación promedio que se espera para los próximos 5 años es equivalente a una tasa de interés de 24% anual compuesto mensualmente. ¿Cuál sería el valor de la recámara dentro de 4 años?

Como lo que se busca es el valor futuro (monto) y nos dan el costo al día de hoy, podemos afirmar que los $15 300 representan el valor actual.

Se realiza el cálculo del monto de la misma forma como se ha realizado en las unidades anteriores, considerando en este caso un interés compuesto como lo indican los datos:

$C = 15\,300$

$j = 24\% = 0.24$ anual capitalizable mensualmente

$n = 4(12) = 48$ meses

$k=12$

$i=\frac{j}{k}=\frac{0.24}{12}=0.02$

Se sustituyen los datos en la fórmula para el monto compuesto $M=C(1+i)^n$:

$M=15\ 300(1+0.02)^{48}=15\ 300(1.02)^{48}=15\ 300(2.587070386)=39\ 582.18$

Lo cual indica que la recámara dentro de 4 años costará $39 582.18.

> El **valor futuro** representa al monto, es decir, el capital inicial más el interés generado de acuerdo con la tasa de interés y el tiempo.

Si deseáramos conocer el valor que tuvo la recámara hace 3 años, que actualmente cuesta $15 300, tomando en consideración la misma inflación equivalente a 24% de interés anual compuesto mensualmente, entonces tendríamos que calcular el capital o valor presente.

Cuando se busca un valor en el pasado, ¿se calcula el capital o valor presente?

El valor de la recámara representa el monto y lo que deseamos buscar es su valor en el pasado, por lo tanto estaríamos reduciendo la cantidad generada por la inflación y buscando el capital que representan los $15 300, 3 años antes, lo cual se logra utilizando las mismas fórmulas estudiadas en la unidad pasada.

$M=C(1+i)^n$

Despejando de esta fórmula el capital o valor presente obtenemos:

$$C=\frac{M}{(1+i)^n}$$

Se identifican y sustituyen los datos:

$M=15\ 300$

$j=24\%=0.24$ anual capitalizable mensualmente

$n=3$ años$=3(12)=36$ meses

$k=12$

$i=\frac{j}{k}=\frac{0.24}{12}=0.02$

$C=\frac{15\,300}{(1+0.02)^{36}}=\frac{15\,300}{(1.02)^{36}}=\frac{15\,300}{2.039887344}=7\,500.41$

Por lo tanto el valor de la recámara hace 3 años era \$7 500.41.

4.2. Gráficas de tiempo y valor

Para poder entender y visualizar el comportamiento del dinero a través del tiempo, se utilizan las llamadas **gráficas de tiempo y valor**, las cuales se representan mediante rectas numéricas con intervalos que expresan las unidades de tiempo referentes a los periodos de capitalización, y por medio de flechas se indica entre qué intervalos de tiempo se traslada el dinero. Veamos esto con un ejemplo:

Se tiene una computadora que el día de hoy tiene un valor de \$14 000, si se sabe que la inflación promedio de los últimos 2 años y el que se espera para los siguientes 2 años es de 18% anual convertible trimestralmente, entonces determinaremos:

¿Cuál será el valor de la computadora dentro de año y medio? y ¿cuál era su valor hace un año? Posteriormente trazar su gráfica de tiempo y valor.

Solución

Se calcula el valor de la computadora dentro de año y medio utilizando la fórmula $M=C(1+i)^n$ ya que se busca el valor futuro.

$C=14\,000$

$j=18\%=0.18$ anual capitalizable trimestralmente

$n=1.5(4)=6$ trimestres

$k=4$

$i=\frac{j}{k}=\frac{0.18}{4}=0.045$

M=14 000(1+0.045)^{6}=14 000(1.045)^{6}=14 000(1.302260125)=18 231.64

Por lo tanto el valor de la computadora dentro de año y medio será \$18 231.64.

En la segunda pregunta nos piden encontrar el valor que tenía hace un año. Para calcularlo se utiliza la fórmula: $C=\dfrac{M}{(1+i)^n}$

M=14 000

j=18%=0.18 anual capitalizable trimestralmente

n=1(4) = 4 trimestres

k=4

$i=\dfrac{j}{k}=\dfrac{0.18}{4}=0.045$

$$C=\frac{14\,000}{(1+0.045)^4}=\frac{14\,000}{(1.045)^4}=\frac{14\,000}{1.192518601}=11\,739.85$$

Lo que significa que la computadora valía \$11 739.85 hace un año.

Como la tasa de interés es de 18% anual convertible trimestralmente, esto nos indica que los periodos de capitalización son en trimestres, siendo éstas las unidades que se representarán (figura 4.1).

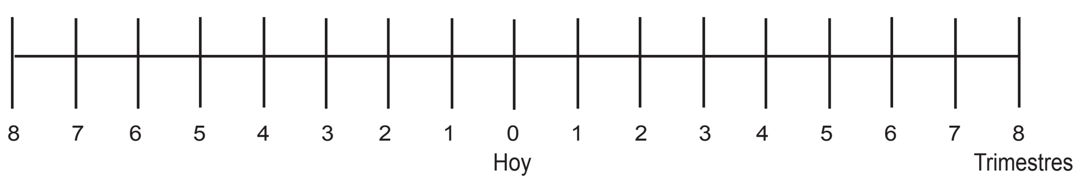


Figura 4.1.

Se representa el valor que se tiene como dato, en el momento de su referencia. Como se puede observar en la figura 4.2.

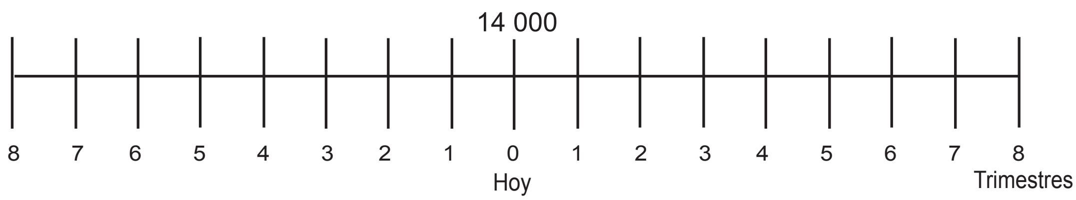


Figura 4.2.

Se representa con flechas el momento en el cual se encuentra el dinero, y el momento al cual se desea trasladar, de acuerdo con lo que muestra la figura 4.3.

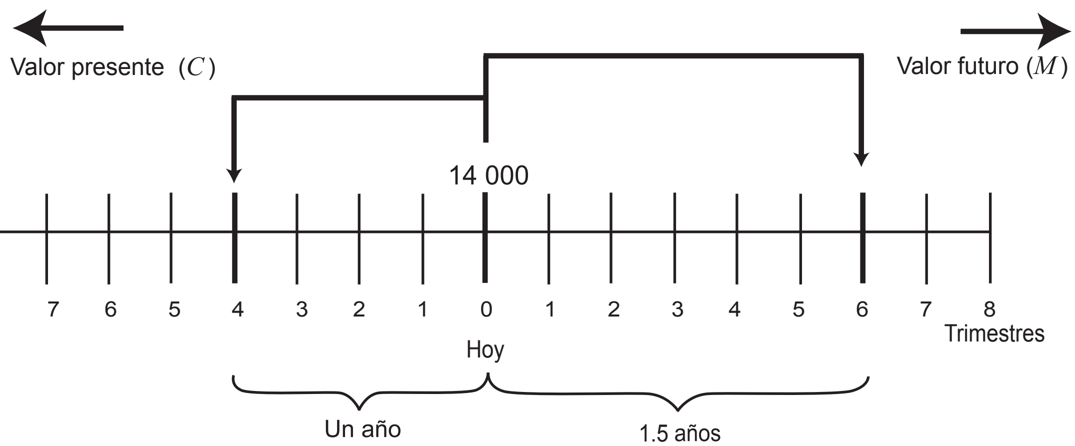


Figura 4.3.

En la gráfica pueden o no anotarse los nuevos valores, quedando la gráfica de la siguiente forma (figura 4.4):

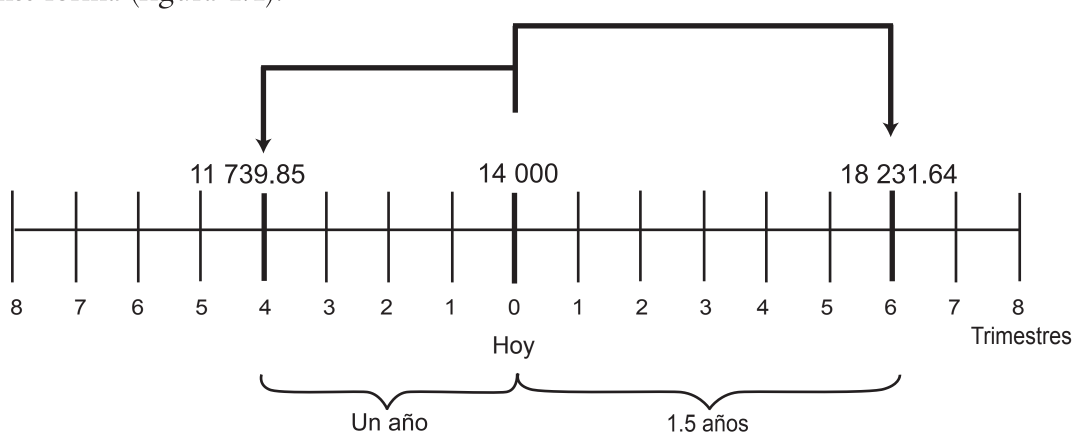


Figura 4.4.

La dirección de las flechas en la figura 4.4 nos indica si el dinero hay que convertirlo a valor futuro (monto) o a un valor presente (capital).

¿Qué indica la dirección de las flechas en una gráfica de tiempo y valor?

Si la flecha tiene una dirección de izquierda a derecha, indica que se busca un valor futuro, y en caso contrario, si la flecha tiene un sentido de derecha a izquierda, indica que se busca el valor actual. Como puedes darte cuenta, los $14 000 pueden representar capital o monto, dependiendo a dónde los quieras trasladar.

Ejemplos

1. ¿Cuál es el valor de una deuda de $150 000 en su fecha de vencimiento, si la tasa de interés pactada fue de 17% capitalizable semestralmente y vence dentro de 18 meses? Traza su gráfica de tiempo y valor.

Solución

Se identifican los datos:

C=150 000

j=17%=0.17 anual capitalizable semestralmente

n=18 meses$=\frac{18}{6}=3$ semestres

k=2

$i=\frac{j}{k}=\frac{0.17}{2}=0.085$

Se sustituyen los datos en fórmula para el monto compuesto $M=C(1+i)^n$:

$M=150\,000(1+0.085)^3=150\,000(1.085)^3=150\,000(1.277289125)=191\,593.37$

El valor de la deuda en su fecha de vencimiento es $191 593.37.

Una vez obtenidos los valores, se realiza la gráfica de tiempo y valor (figura 4.5). Considerando que la tasa se capitaliza semestralmente, éstas serán las unidades de la gráfica.

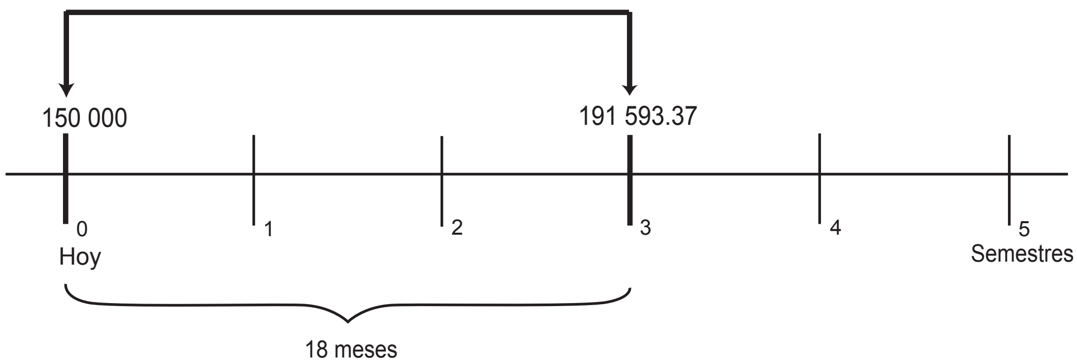


Figura 4.5.

2. ¿Cuál es el precio de contado de un automóvil que se liquida con \$228 000 dentro de un año si la tasa de interés fue de 18% anual capitalizable mensualmente? Traza la gráfica de tiempo y valor.

Solución

Se identifican los datos y se sustituyen en la fórmula $C=\dfrac{M}{(1+i)^n}$

M=228 000

j=18%=0.18 anual capitalizable mensualmente

n=un año=1(12 meses)

k=12

$$i=\frac{j}{k}=\frac{0.18}{12}=0.015$$

$$C=\frac{228\,000}{(1+0.015)^{12}}=\frac{228\,000}{(1.015)^{12}}=\frac{228\,000}{1.19561}=190\,696.33$$

El precio de contado es \$190 696.33.

La gráfica de tiempo y valor queda como lo muestra la figura 4.6:

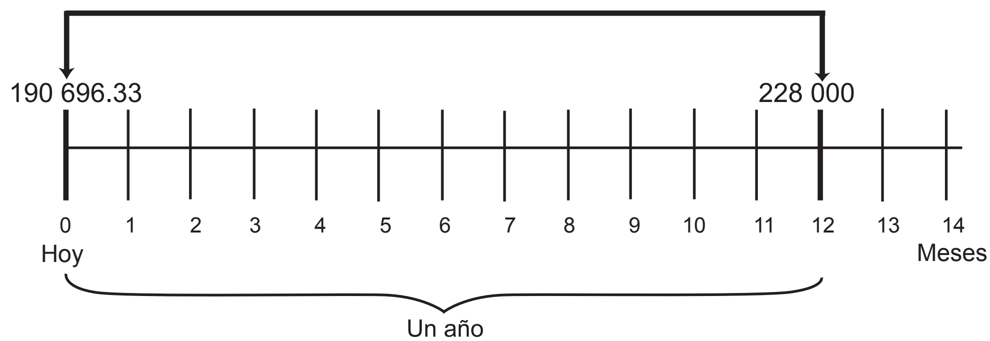


Figura 4.6.

Ejercicio 1

1. ¿Cuál es el valor actual de un equipo de sonido que se paga con $18 700 dentro de 6 meses si la tasa de interés es de 25% anual capitalizable mensualmente?

Realiza la gráfica de tiempo y valor.

2. ¿Cuál será el valor dentro de 2 años de una casa que actualmente vale $218 520 si se espera una inflación promedio de 32% anual capitalizable trimestralmente?

Realiza la gráfica de tiempo y valor.

3. ¿Cuánto pagarás de contado por una computadora que se liquida dentro de 18 meses con $19 000 si la tasa de interés actual es de 31% anual compuesto semestralmente? Realiza la gráfica de tiempo y valor.

4. ¿Cuál es el valor actual de una deuda que se cubre con $25 500 dentro de 6 bimestres si la tasa de interés acordada fue de 18% anual compuesto bimestralmente?

Realiza la gráfica de tiempo y valor.

5. ¿Cuál es el valor de una deuda de $150 000 en su fecha de vencimiento, si está pactada a 3 años con una tasa de interés de 22% anual capitalizable semestralmente?

Realiza la gráfica de tiempo y valor.

4.3. Ecuaciones de valor

Cuando una persona tiene un conjunto de obligaciones (deudas o pagos), hay ocasiones en las que el deudor acuerda liquidarlas de una forma diferente a la pactada inicialmente, es decir renegocia o reestructura sus deudas.

Para lograr lo anterior se utilizan las **ecuaciones de valor**.

> Una **ecuación de valor** es una igualdad entre la suma de las deudas acordadas inicialmente y la suma de los pagos con la respectiva reestructuración, donde se desconocen uno o más de ellos.
>
> $$\sum \text{deudas} = \sum \text{pagos}$$

Como ya se ha mencionado, el dinero tiene diferente valor a lo largo del tiempo, por lo cual no se pueden sumar diferentes valores, si éstos se encuentran en diferentes momentos del tiempo, lo cual hace necesario trasladarlos a una misma fecha o momento en el tiempo; a dicha fecha se le conoce como **fecha focal**.

> La **fecha focal** es aquella que se toma como referencia al realizar los cálculos para una serie de valores en el tiempo.

Aunque se puede considerar como fecha focal cualquier momento del tiempo, se recomienda tomar la fecha en la que aparezca una de las incógnitas o valores a determinar.

Para resolver problemas aplicando ecuaciones de valor se deben seguir 5 sencillos pasos:

1. Determinar el valor de las obligaciones (deudas) en la fecha de su vencimiento.
2. Realizar la gráfica de tiempo y valor, considerando como unidades de tiempo las de la tasa de reestructuración; colocando en la parte superior el monto de las deudas sobre su fecha de vencimiento y en la parte inferior de la línea del tiempo, los nuevos pagos después de la reestructuración, indicando con flechas hacia dónde se deben trasladar los valores.
3. Calcular el valor de cada deuda y cada pago en la fecha focal.
4. Plantear la ecuación de valor, recordando que la suma de las deudas es igual a la suma de los pagos en la fecha focal.
5. Resolver la ecuación de valor para encontrar el o los valores que hagan falta.

Ejemplos

1. El señor Ramírez tiene las siguientes obligaciones:

a) Una primera deuda de \$20 000 que vence dentro de un semestre, pactada a dos años, con una tasa de interés de 19% anual capitalizable trimestralmente.
b) Una segunda deuda de \$8 000 que vence dentro de 10 meses, pactada a 4 años, con una tasa de interés de 24% anual compuesto bimestralmente.
c) Una tercera deuda de \$12 000 que vence en 3 meses, pactada a 18 meses, con una tasa de interés de 16% anual capitalizable semestralmente.

Se decide reestructurar estas deudas a una tasa de interés de 30% anual capitalizable mensualmente, realizando un pago de \$28 500 el día de hoy y el resto en un solo pago dentro de 8 meses.

¿De cuánto debe ser el segundo pago?

Solución

Se identifican los datos para cada deuda y para la reestructuración:

Primera deuda

C=20 000

j=19%=0.19 anual capitalizable trimestralmente

n=2 años=2(4)=8 trimestres

Vence dentro de un semestre

k=4

$$i=\frac{j}{k}=\frac{0.19}{4}=0.0475$$

Segunda deuda

C=8 000
j=24%=0.24 anual capitalizable bimestralmente
n=4 años=4(6)=24 bimestres

Vence dentro de 10 meses

k=6

$$i=\frac{j}{k}=\frac{0.24}{6}=0.04$$

Tercera deuda

C=12 000
j=16%=0.16 anual capitalizable semestralmente

n=18 meses=$\frac{18}{6}$=3 semestres

Vence dentro de 3 meses

k=2

$$i=\frac{j}{k}=\frac{0.16}{2}=0.08$$

Condiciones de reestructuración

j=30%=0.3 anual capitalizable mensualmente
primer pago de $28 500 el día de hoy
segundo pago de $$x$ cantidad dentro de 8 meses
k=12

$$i=\frac{j}{k}=\frac{0.3}{12}=0.025$$

Se resuelve el problema siguiendo los 5 pasos ya mencionados.

Paso 1

Se determina el valor de las deudas en su fecha de vencimiento [monto: $M=C(1+i)^n$]

Primera deuda

$M=20\ 000(1+0.0475)^8=20\ 000(1.0475)^8=20\ 000(1.449546839)=28\ 990.94$

Segunda deuda

$M=8\ 000(1+0.04)^{24}=8\ 000(1.04)^{24}=8\ 000(2.563304165)=20\ 506.43$

Tercera deuda

$M=12\ 000(1+0.08)^3=12\ 000(1.08)^3=12\ 000(1.259712)=15\ 116.54$

Paso 2

Se realiza la gráfica de tiempo y valor, considerando que la tasa de reestructuración es de 30% anual capitalizable mensualmente, significa entonces que la gráfica (figura 4.7) estará expresada en meses, ya que éstas son las unidades de capitalización.

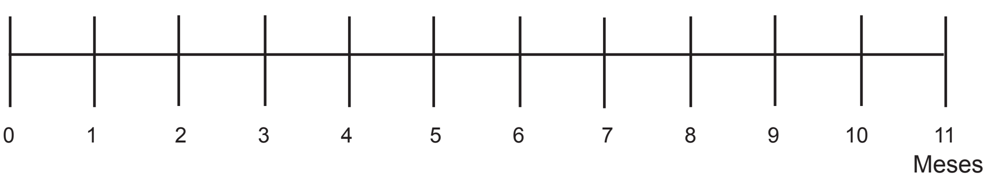


Figura 4.7.

Se ubican sobre la recta las deudas al momento de su vencimiento (figura 4.8):

Primera deuda de $28 990.94 dentro de un semestre (6 meses).
Segunda deuda de $20 506.43 dentro de 10 meses.
Tercera deuda de $15 116.54 dentro de 3 meses.

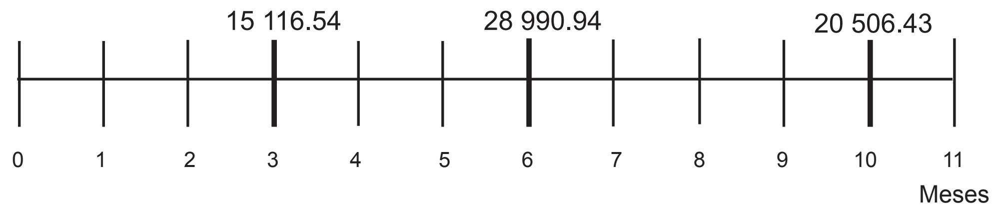


Figura 4.8.

Se colocan en la parte inferior de la recta los pagos de la reestructuración como lo muestra la figura 4.9.

Primer pago de $28 500 el día de hoy.
Segundo pago de $*x* cantidad dentro de 8 meses.

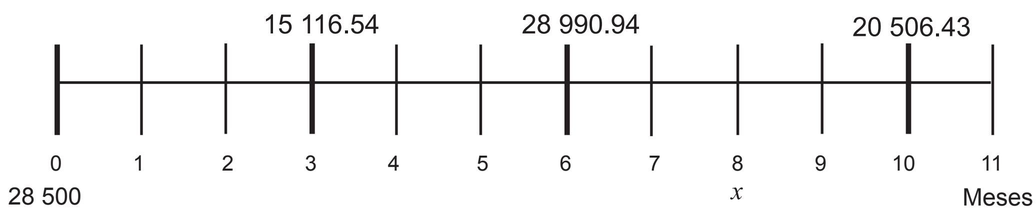


Figura 4.9.

Se determina la fecha focal y se indica con flechas donde se ubican las deudas y los pagos, y hacia dónde hay que trasladarlos (fecha focal), tal como lo muestra la figura 4.10.

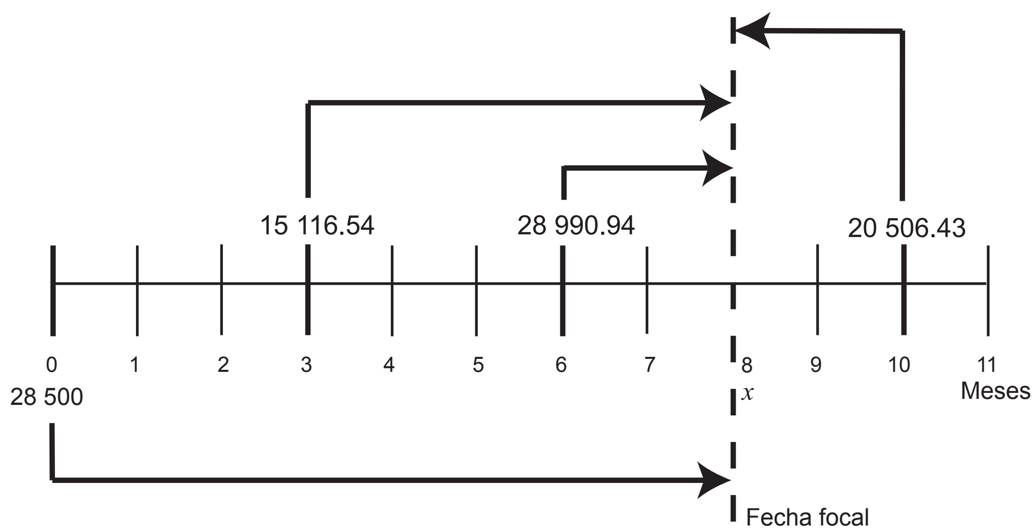


Figura 4.10.

Como puedes observar, la fecha focal coincide con el pago que se desconoce; de esta forma el valor que se obtenga estará directamente en la fecha en la que se requiere.

Paso 3

Se determina el valor de las deudas y los pagos en la fecha focal.

Para esto, se considera la tasa de reestructuración para todas las deudas y todos los pagos. Con la gráfica se podrá determinar si hay que calcular el valor presente o el monto; recuerda que una flecha hacia la derecha indica el cálculo del valor futuro (monto) y una flecha a la izquierda representa el cálculo de un valor presente (capital).

Iniciaremos con las deudas. No pierdas de vista que i=0.025

Para la deuda de $15 116.54, podemos observar que se debe adelantar en el tiempo, es decir, buscar el valor futuro (monto); y en la figura 4.11 se puede contar el número de periodos existentes entre la deuda y la fecha focal, considerando esto para el resto de las deudas y los pagos.

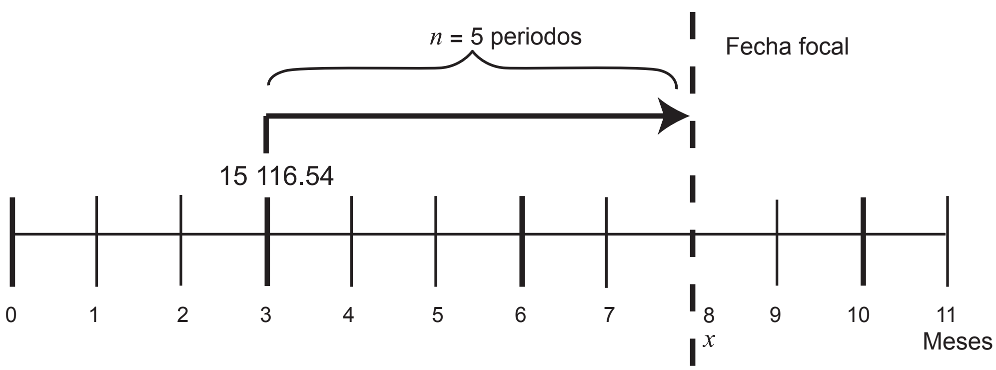


Figura 4.11.

Por lo tanto:

$$M=15\ 116.54(1+0.025)^5=15\ 116.54(1.025)^5=15\ 116.54(1.131408213)=17\ 102.98$$

La deuda de $28 990.94, como podemos observar en la figura 4.12, se debe *adelantar* en el tiempo, esto es, se busca su valor futuro (monto), y podemos contar dos periodos (meses) entre la deuda y la fecha focal.

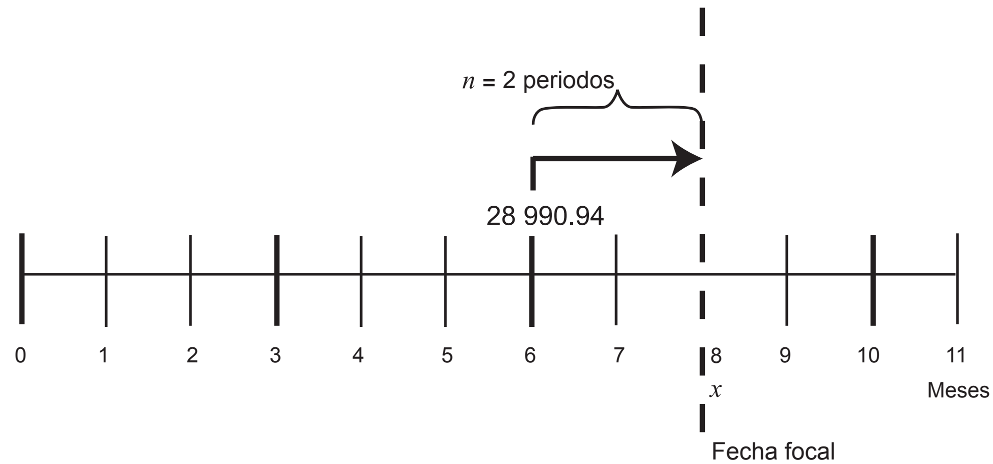


Figura 4.12.

Por lo tanto:

M=28 990.94(1+0.025)^2=28 990.94(1.025)^2=28 990.94(1.050625)=30 458.61

La deuda de \$20 506.43 se debe *regresar* en el tiempo, esto es, se busca el valor presente (capital); en la figura 4.13 se pueden contar 2 periodos entre la deuda y la fecha focal.

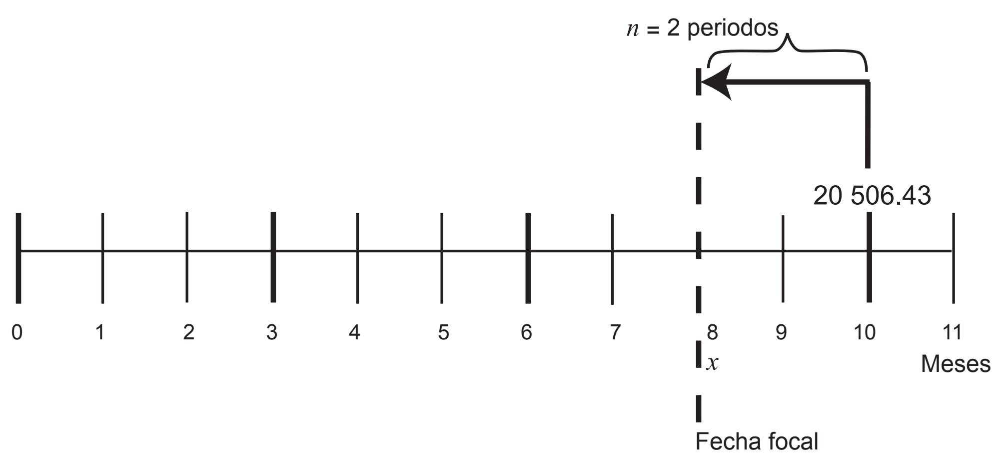


Figura 4.13.

Por lo tanto:

$$C=\frac{20\,506.43}{(1+0.025)^2}=\frac{20\,506.43}{(1.025)^2}=\frac{20\,506.43}{1.050625}=19\,518.32$$

Ahora trasladamos los pagos.

Para la deuda de \$28 500, podemos observar que se debe *adelantar* en el tiempo, esto es, se busca su valor futuro (monto), en la figura 4.14 podemos contar 8 periodos entre el pago y la fecha focal.

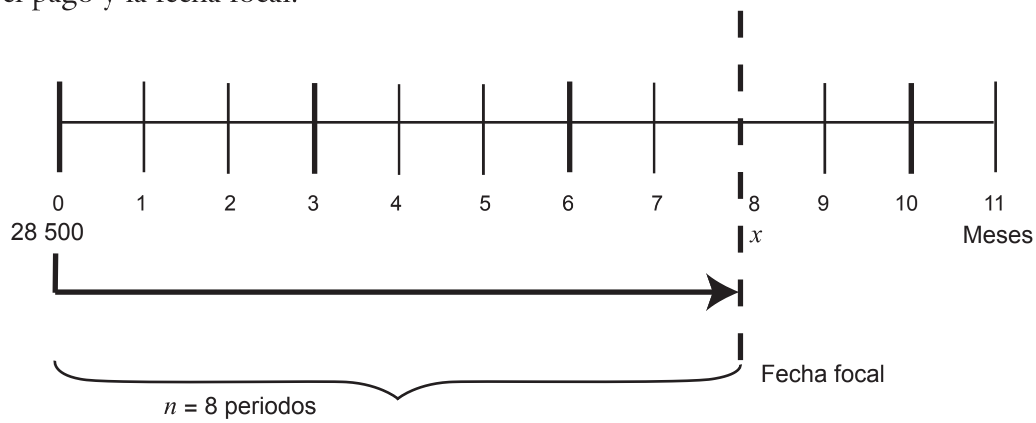


Figura 4.14.

Por lo tanto:

$$M=28\ 500(1+0.025)^8=28\ 500(1.025)^8=28\ 500(1.218402898)=34\ 724.48$$

Paso 4

Se determina la ecuación de valor:

$$\sum \text{deudas} = \sum \text{pagos}$$

$$\sum \text{deudas}=17\ 102.98+30\ 458.61+19\ 518.32$$

$$\sum \text{pagos}=34\ 724.48+x$$

Igualando ambas sumas se obtiene la ecuación de valor:

$$17\ 102.98+30\ 458.61+19\ 518.32=34\ 724.48+x$$

Se resuelve la ecuación de valor:

$34\ 724.48+x=67\ 080.91$

$x=67\ 080.91-34\ 724.48$

$x=32\ 356.43$

El segundo pago deberá ser de \$32 356.43.

2. Una persona tiene que pagar \$18 000 dentro de 9 meses, \$15 320 dentro de 18 meses y \$21 753 dentro de 24 meses, si reestructura sus deudas a una tasa de 19% anual compuesto trimestralmente, realizando un único pago 6 meses después de vencer la primera deuda.

Solución

En este tipo de problemas, tienes que leer con cuidado y con detenimiento para que puedas entender e interpretar adecuadamente los datos.

De acuerdo con el enunciado, las deudas ya están con el valor en su fecha de vencimiento (monto), lo cual significa que el problema se comienza a resolver directamente con la gráfica de tiempo y valor.

Se identifican los datos para cada deuda y para la reestructuración:

Primera deuda

$M=18\ 000$

Vence dentro de 9 meses, lo que equivale a 3 trimestres.

Segunda deuda

$M=15\ 320$

Vence dentro de 18 meses, lo que equivale a 6 trimestres.

Tercera deuda

M=21 753

Vence dentro de 24 meses, lo que equivale a 8 trimestres.

Condiciones de reestructuración

j=19%=0.19 anual capitalizable trimestralmente

Un solo pago de \$$x$ cantidad 6 meses después de vencer la primera deuda, esto es, 2 trimestres después de la primera deuda.

k=2

$$i=\frac{j}{k}=\frac{0.19}{4}=0.0475$$

Se realiza la gráfica de tiempo y valor (figura 4.15), considerando que sus unidades serán trimestres, al igual que la tasa de reestructuración.

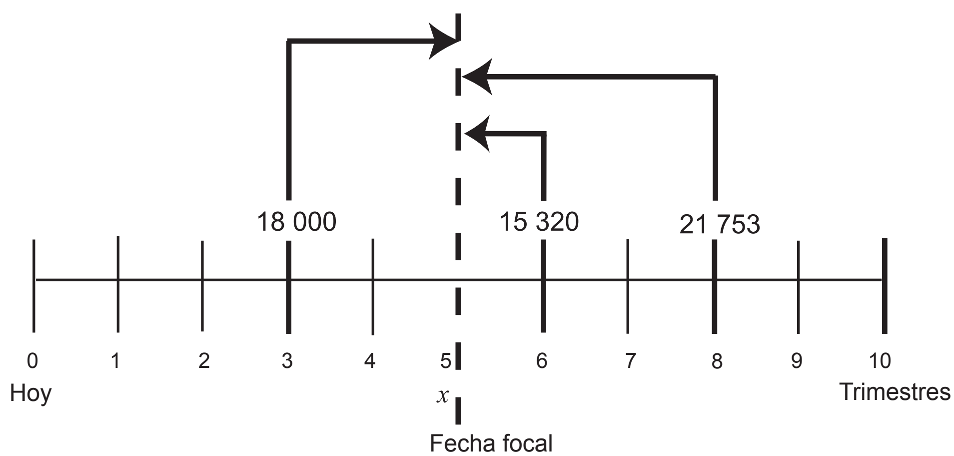


Figura 4.15.

Se determina el valor de las deudas en la fecha focal, considerando que:

$i=0.0475$

Para la deuda de \$18 000, de acuerdo con la gráfica $n=2$ y se debe buscar valor futuro.

$M=C(1+i)^n$

$M=18\,000(1+0.0475)^2=18\,000(1.0475)^2=18\,000(1.09725625)=19\,750.61$

Para la deuda de \$15 320, de acuerdo con la gráfica $n=1$ y se debe buscar valor presente.

$$C=\frac{M}{(1+i)^n}$$

$$C=\frac{15\,320}{(1+0.0475)^1}=\frac{15\,320}{(1.0475)^1}=\frac{15\,320}{1.0475}=14\,625.30$$

Para la deuda de \$21 753, de acuerdo con la gráfica $n=3$ y se debe buscar valor presente.

$$C=\frac{M}{(1+i)^n}$$

$$C=\frac{21\,753}{(1+0.0475)^3}=\frac{21\,753}{(1.0475)^3}=\frac{21\,753}{1.149375922}=18\,925.92$$

Se determina la ecuación de valor:

$\sum \text{deudas}=\sum \text{pagos}$

$19\,750.61+14\,625.30+18\,925.92=x$

Se resuelve la ecuación de valor:

$x=19\,750.61+14\,625.30+18\,925.92$

$x=19\,750.61+14\,625.30+18\,925.92=53\,301.83$

El pago debe ser de \$53 301.83.

Ejercicio 2

1. Armando Rodríguez debe \$19 000 a pagar dentro de nueve meses y \$12 750 a pagar en un plazo de dos años, si acuerda reestructurar sus deudas realizando un pago de \$18 500 el día de hoy y un segundo pago dentro de 18 meses con una tasa de interés de 18% anual capitalizable trimestralmente. Realiza la gráfica de tiempo y valor que representa este problema.

2. Margarita contrajo una deuda de \$9 000 a pagar dentro de 12 meses, y otra que liquidará con \$7 520 dentro de 2 años. Si se reestructuran sus deudas con una tasa de 24% anual compuesta bimestralmente y un solo pago dentro de 18 meses, ¿cuál es la gráfica de tiempo?

3. Rodolfo Martínez tiene las siguientes obligaciones:

a) Una deuda de \$50 000 pactada a 2 años con una tasa de 15% anual capitalizable semestralmente que vence en 5 meses.

b) Un segunda deuda de \$24 000 pactada a 3 años y medio con una tasa de 10% anual capitalizable trimestralmente que vence en 9 meses.

c) Una tercera deuda de \$18 500 pactada a 15 días sin intereses y que vence el día de hoy.

Si reestructura sus deudas realizando un pago de \$40 000 el día de hoy y el resto con un solo pago dentro de 4 meses, con una tasa de interés anual de 12% compuesto mensualmente, ¿cuál es la ecuación de valor que resuelve el problema?

4. Ana María debe \$14 000 a pagar dentro de 8 meses y \$7 000 a pagar dentro de año y medio. Si pacta con su acreedor realizar un pago único a 4 meses de vencimiento de la primera deuda, a una tasa de 17% anual capitalizable bimestralmente, ¿cuál es la ecuación que resuelve el problema?

5. Miguel Ángel debe \$9 000 a pagar dentro de 12 meses y \$11 000 a pagar en dos años y medio. Si reestructura sus deudas acordando un solo pago nueve meses después del vencimiento de la primera deuda, con una tasa de interés de 12% convertible trimestralmente, ¿de cuánto debe ser el pago único?

6. Una persona tiene que pagar \$22 000 dentro 10 meses y \$17 320 dentro de año y medio. Si pacta una reestructuración con una tasa de 26% anual compuesto bimestralmente, realizando un pago de \$20 000 el día de hoy y el resto en un segundo pago dentro de 14 meses, ¿de cuánto debe ser el segundo pago?

Problemas resueltos

1. ¿Cuánto costará el día de hoy una sala que se liquida con $32 570 dentro de 16 meses, si la tasa de interés es de 21% anual capitalizable bimestralmente?

Solución

Se identifican los datos y se sustituyen en la fórmula $C=\dfrac{M}{(1+i)^n}$

$M=32\,570$

$j=21\%=0.21$ anual capitalizable bimestralmente

$n=16$ meses$=\dfrac{16}{2}=8$ bimestres

$k=6$

$i=\dfrac{j}{k}=\dfrac{0.21}{6}=0.035$

$$C=\frac{32\,570}{(1+0.035)^8}=\frac{32\,570}{(1.035)^8}=\frac{32\,570}{1.316809037}=24\,734.03$$

El precio es $24 734.03.

La gráfica de tiempo y valor queda como lo muestra la figura 4.16.

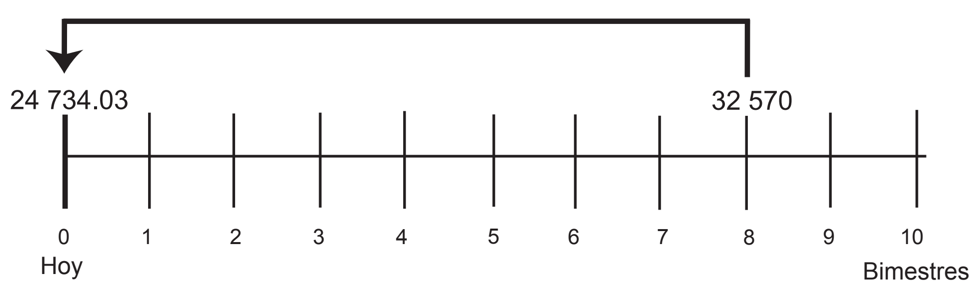


Figura 4.16.

2. ¿Con qué cantidad se liquidará un préstamo de $150 000 dentro de dos años y medio si se pactó una tasa de 19% anual compuesto trimestral?

Solución

Se identifican los datos:

C=150 000

j=19%=0.19 anual capitalizable trimestralmente

n=2.5 años=2.5(4)=10 trimestres

k=4

$i=\frac{j}{k}=\frac{0.19}{4}=0.0475$

Se sustituyen los datos en fórmula para el monto compuesto $M=C(1+i)^n$:

$M=150\,000(1+0.0475)^{10}=150\,000(1.0475)^{10}=150\,000(1.590524328)=238\,578.65$

El valor de la deuda en su fecha de vencimiento es $238 578.65.

Una vez obtenidos los valores, se realiza la gráfica de tiempo y valor (figura 4.17). Considerando que la tasa se capitaliza trimestralmente, éstas serán las unidades de la gráfica.

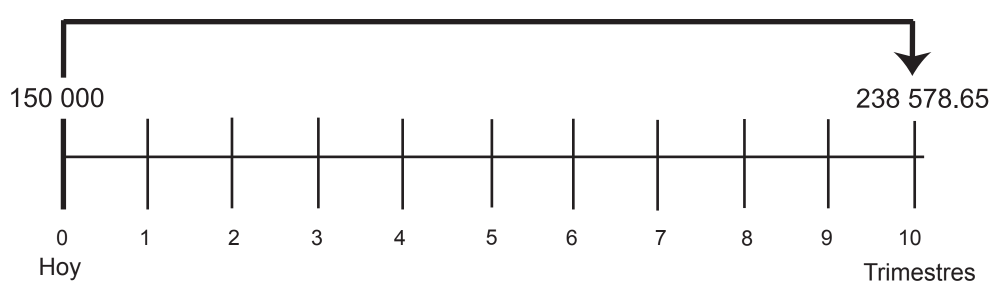


Figura 4.17.

3. Realiza la gráfica de tiempo y valor que representa el siguiente problema:

Una persona tiene una deuda que paga con $18 000 dentro de 2 años y una segunda deuda que liquida con $24 000 dentro de 4 años y medio, las cuales se reestructuran con una tasa de interés de 12% anual capitalizable semestralmente, con un solo pago 12 meses después de que se venza la primera deuda.

Solución

La gráfica de la figura 4.18 representa la solución,

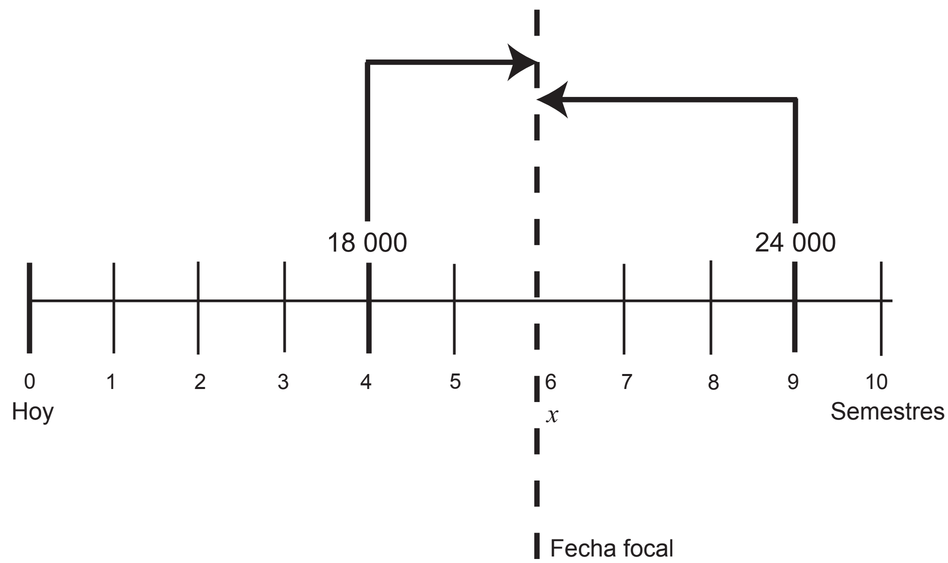


Figura 4.18.

4. Rosalba debe $41 000 a pagar dentro de 18 meses y $21 000 a pagar en 3 años y medio. Si reestructura sus deudas acordando un solo pago 12 meses después del vencimiento de la primera deuda, con una tasa de interés de 32% convertible semestralmente, ¿de cuánto debe ser el pago único?

Solución

Se identifican los datos para cada deuda y para la reestructuración:

Primera deuda

M=41 000

Vence dentro de 18 meses, lo que equivale a 3 semestres.

Segunda deuda

M=21 000

Vence dentro de 3.5 años, lo que equivale a 7 semestres.

Condiciones de reestructuración

j=32%=0.32 anual capitalizable semestralmente

Un solo pago de $\$x$ cantidad 12 meses después de vencer la primera deuda, esto es, 2 semestres después de la primera deuda.

k=2

$$i=\frac{j}{k}=\frac{0.32}{2}=0.16$$

Se realiza la gráfica de tiempo y valor (figura 4.19), considerando que sus unidades serán semestres, al igual que la tasa de reestructuración.

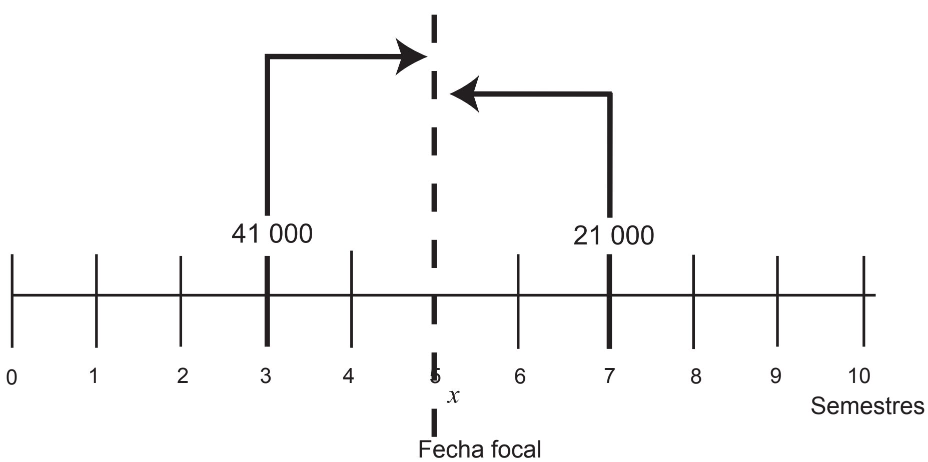


Figura 4.19.

Se determina el valor de las deudas en la fecha focal, considerando que:

i=0.16

Para la deuda de \$41 000, de acuerdo con la gráfica de la figura 4.19 n=2 y se debe buscar valor futuro.

$$M=C(1+i)^n$$

$$M=41\ 000(1+0.16)^2=41\ 000(1.16)^2=41\ 000(1.3456)=55\ 169.60$$

Para la deuda de \$21 000, de acuerdo con la gráfica n=2 y se debe buscar valor presente.

$$C=\frac{M}{(1+i)^n}$$

$$C=\frac{21\,000}{(1+0.16)^2}=\frac{21\,000}{(1.16)^2}=\frac{21\,000}{1.3456}=15\,606.42$$

Se determina la ecuación de valor:

$$\sum \text{deudas}=\sum \text{pagos}$$

$$55\ 169.60+15\ 606.42=x$$

Se resuelve la ecuación de valor:

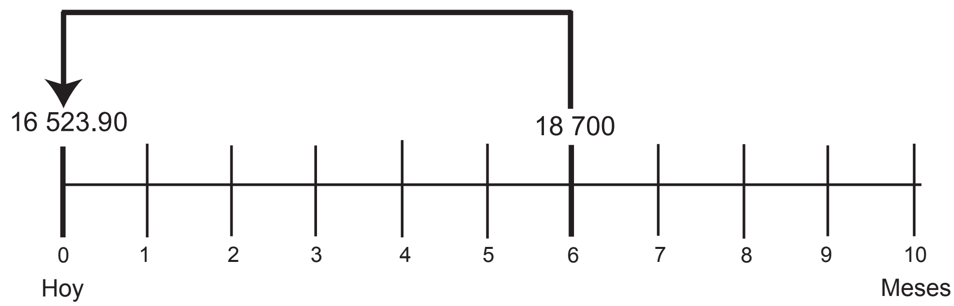
$$x=55\ 169.60+15\ 606.42=70\ 776.02$$

El pago debe ser de \$70 776.02.

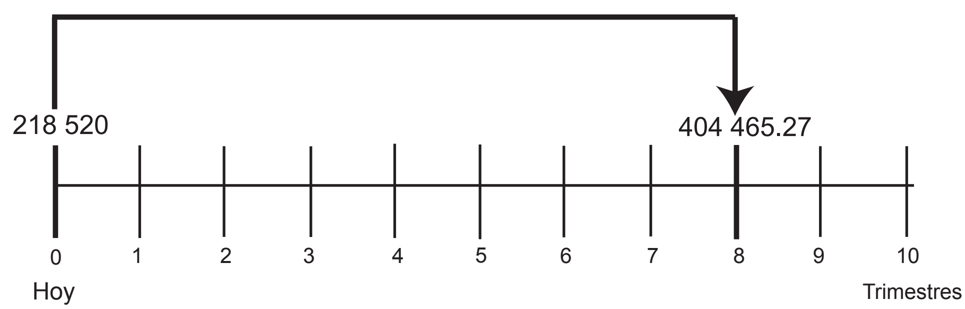
Respuestas a los ejercicios

Ejercicio 1

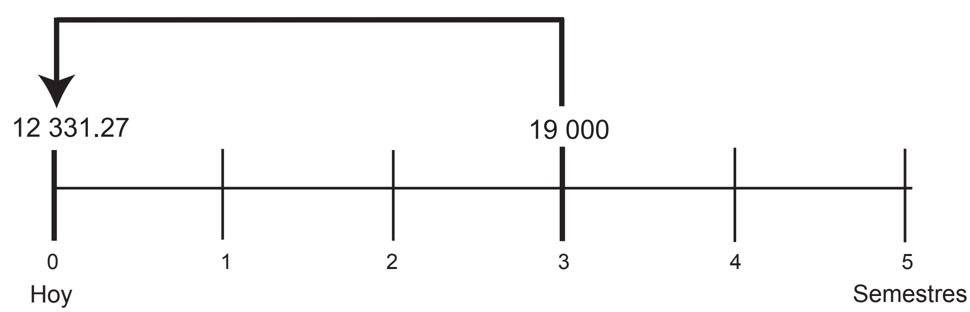
1. $16 523.90



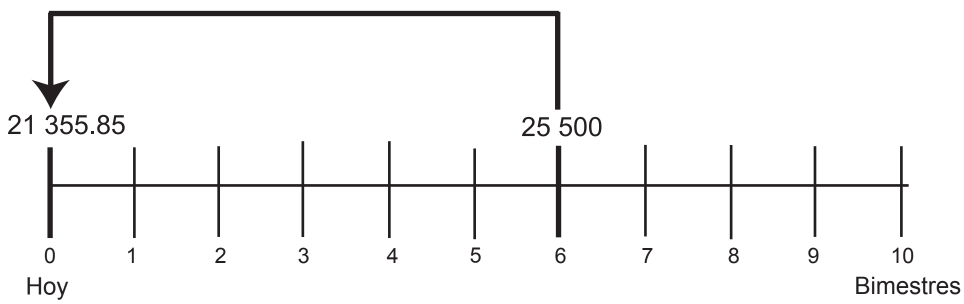
2. $404 465.27



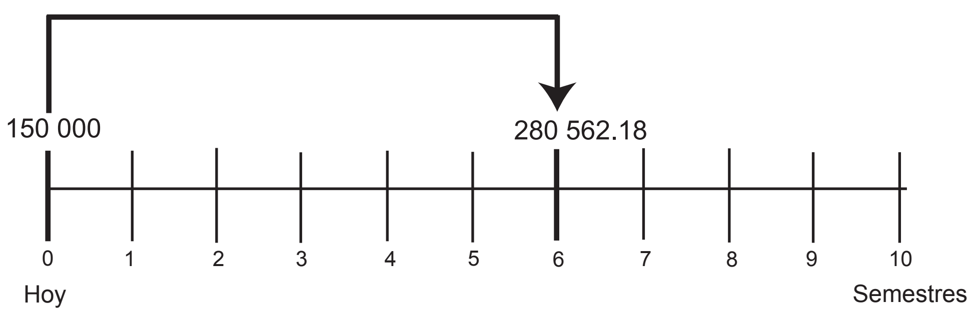
3. $12 331.27



4. $21 355.85

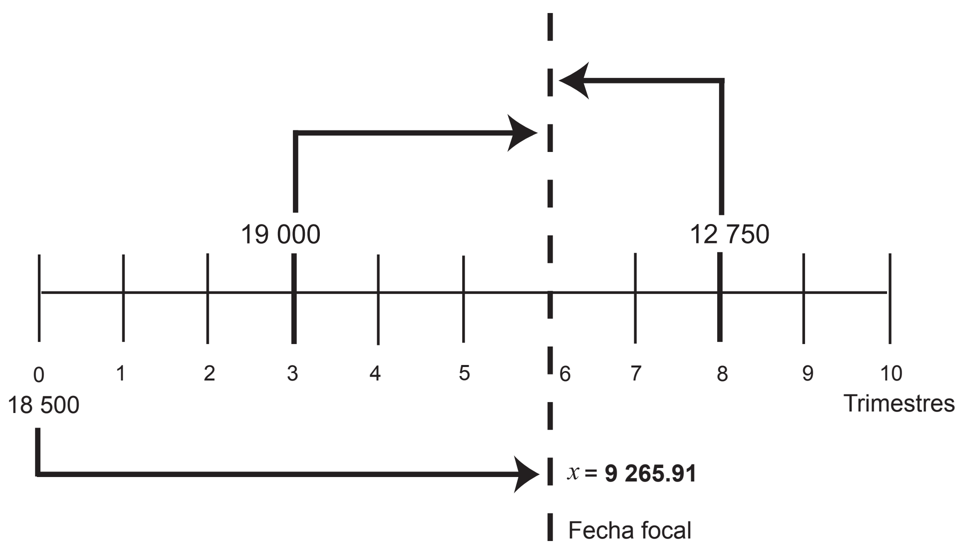


5. $280 562.18

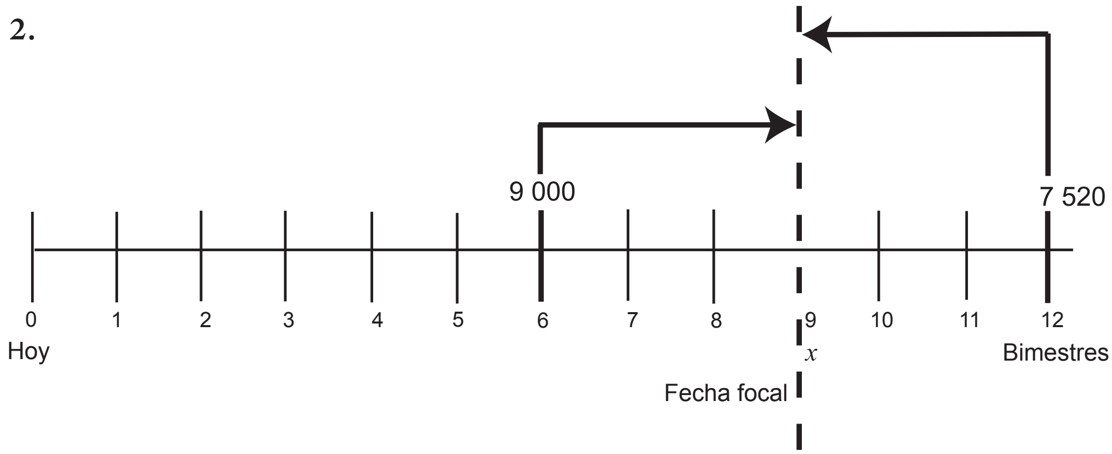


Ejercicio 2

1.



2.



3. 66 112.34+32 265.50+19 251.17=41 624.16+x

4. 6 437.19+14 804.57=x

5. $19 901.10

6. $12 944.31

Nombre:	
Grupo:	Número de cuenta:
Profesor:	Campus:

Autoevaluación

1. ¿Cuánto costará el día de hoy una casa que se liquida con $418 120 dentro de 24 meses, si la tasa de interés es de 28% anual capitalizable trimestralmente?

a) $718 408.01
b) $243 349.65
c) $301 287.12
d) $580 258.06

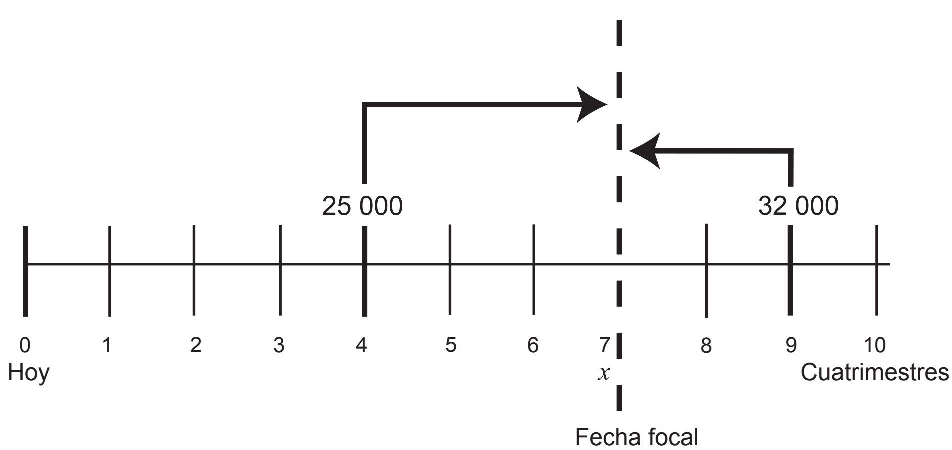
2. ¿Con cuánto se liquidará un préstamo de $48 000 dentro de un año y medio, si se pactó una tasa de 29% anual compuesto semestral?

a) $103 041.07
b) $31 976.05
c) $72 053.93
d) $22 888.18

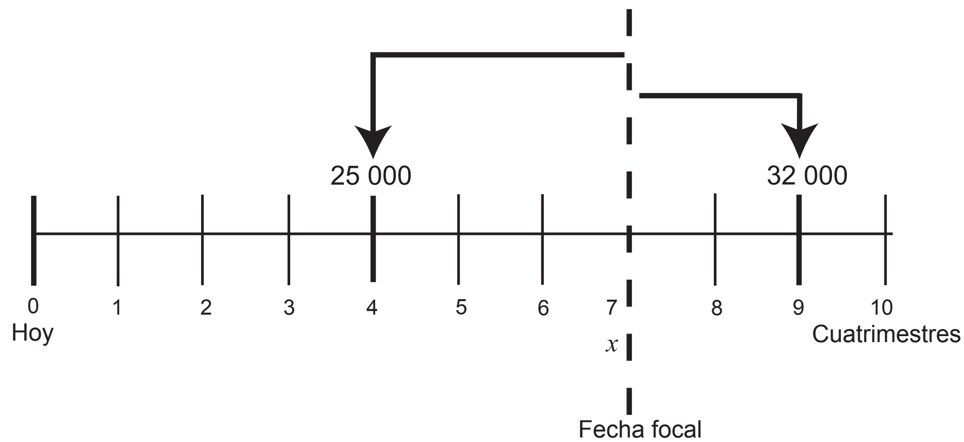
3. Realiza la gráfica de tiempo y valor que representa el siguiente problema:

Una persona tiene una deuda que paga con $25 000 dentro de 16 meses y una segunda deuda que liquida con $32 000 dentro de 36 meses, las cuales se reestructuran con una tasa de interés de 16% anual capitalizable cuatrimestralmente, con un solo pago 12 meses después de que se venza la primera deuda.

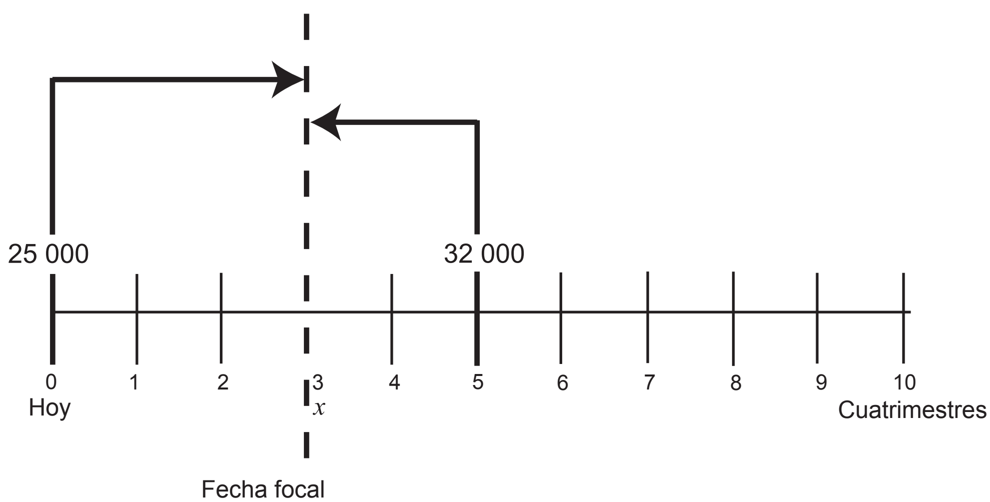
a)



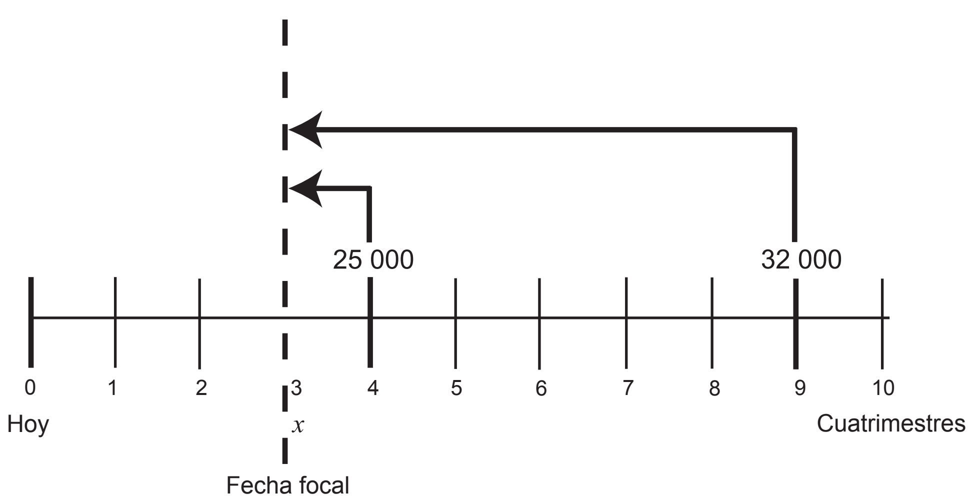
b)


25 000
32 000
0
Hoy
1
2
3
4
5
6
7
x
8
9
10
Cuatrimestres
Fecha focal

c)


25 000
32 000
0
Hoy
1
2
3
x
4
5
6
7
8
9
10
Cuatrimestres
Fecha focal

d)


25 000
32 000
0
Hoy
1
2
3
x
4
5
6
7
8
9
10
Cuatrimestres
Fecha focal

4. Roberto debe $56 500 a pagar dentro de 6 meses y $9 600 a pagar dentro de un año. Si pacta con su acreedor realizar un pago único a 4 meses del vencimiento de la primera deuda, a una tasa de 18% anual capitalizable mensualmente, ¿cuál es la ecuación que resuelve el problema?

a) x=53 233.41+9 318.35
b) x=59 967.04+9 318.35
c) x=53 233.41+9 890.16
d) x=59 967.04+9 890.16

5. Adriana debe $18 000 a pagar dentro de 15 meses y $16 500 a pagar en 3 años. Si reestructura sus deudas acordando un solo pago 6 meses después del vencimiento de la primera deuda, con una tasa de interés de 18% convertible trimestralmente, ¿de cuánto debe ser el pago único?

a) $40 218.45
b) $37 045.14
c) $29 723.58
d) $32 896.89