Introducción al Valor en Riesgo (VaR)

© Juan Mascareñas
Universidad Complutense de Madrid

Versión inicial: mayo 1998 - Última versión: **diciembre 2015**

- *El valor en riesgo (VaR), 1*
- *El método histórico, 3*
- *El método varianza-covarianza, 6*
- *El método de la simulación Monte Carlo, 7*
- *Limitaciones del VaR, 9*
- *Ejemplo del VaR para una cartera de renta variable, 11*
- *Ejemplo del VaR para una cartera de renta fija, 13*

1. EL VALOR EN RIESGO (VaR)[1]

La noción de riesgo implica que conocemos los diversos rendimientos que potencialmente podemos conseguir al realizar una inversión y que conocemos también la probabilidad de alcanzar dichos resultados; todo ello nos permite estimar el rendimiento medio esperado y la posible desviación por "encima" o por "debajo" de ese valor medio; esto es, el *riesgo*[2]. La medida más popular y tradicional del riesgo es la *volatilidad*, pero ella no nos indica hacia dónde se mueve el rendimiento, si hacia arriba del valor esperado (lo que sería fantástico) o hacia abajo del mismo (lo que no nos gustaría).

Sin embargo, desde el punto de vista del inversor, el riesgo es la parte negativa de dicha volatilidad, es decir, la probabilidad de perder dinero (o de obtener menos de lo estimado); y el VaR está basado en esa misma idea al responder a la pregunta ¿cuál es mi peor escenario?.

El *Valor en Riesgo* (VaR) es una medida del riesgo de tipo estadístico. Puede utilizarse para estimar el riesgo de mercado de una cartera (o de una inversión) para la que no existe una serie histórica de precios, bien porque no se recogieron los datos o porque la composición de la cartera ha cambiado recientemente. La utilización del VaR se encuentra muy extendida entre las instituciones que necesitan medir el riesgo en carteras negociadas activamente.

Se podría realizar un seguimiento del riesgo de la cartera utilizando la volatilidad histórica como una medida de riesgo. Esto se puede hacerlo calculando la volatilidad histórica del valor de mercado de la cartera sobre un horizonte transcurrido de los últimos cien días. Pero este sistema de cálculo implica el problema de que proporciona una medida retrospectiva del riesgo. La volatilidad histórica indica cuál ha sido el riesgo de la cartera a lo largo de los últimos cien días pero no indica nada sobre el valor del riesgo que la cartera está soportando actualmente.

Si las instituciones desean gestionar el riesgo, necesitan conocer los riesgos al mismo tiempo que se toman. Si un operador cubre una cartera parcialmente, la compañía necesita saber cuál es el margen de que dispone antes de incurrir en pérdidas. El VaR proporciona dicha medida.

Concretando, el VaR de una cartera se define *como la máxima pérdida esperada debida a un movimiento adverso, dentro de un determinado intervalo de confianza, a lo largo de un determinado horizonte temporal*. Por ejemplo, un típico informe del VaR indicaría que una cartera determinada tiene una probabilidad del 5%

---

[1] Conocido internacionalmente como *Value at Risk* (VaR)

[2] Sobre el riesgo véase Mascareñas, Juan (2010): "Introducción al Riesgo en la Empresa". *Monografías de Juan Mascareñas sobre Finanzas Corporativas* nº 20. Disponible en: http://ssrn.com/abstract=2315672

de perder más de 10 millones de euros en la próxima semana (o que hay un 95% de probabilidad de perder como mucho 10 millones de euros).

Otro ejemplo, un VaR diario del 99% es la cantidad de dinero máxima que la cartera perderá en 99 de cada 100 días (es decir, sólo un día de cada cien podría superar dicha cantidad), teniendo en cuenta la composición actual de la cartera y el comportamiento reciente del mercado.

En otras palabras, el VaR señala la "máxima" pérdida durante la mayor parte del tiempo y la "mínima" pérdida en situaciones poco frecuentes a lo largo del año.

Para carteras negociadas menos activamente se suele utilizar un VaR mensual. Así, si disponemos de una cartera con un VaR del 95% mensual que valga cuatro millones de euros, lo que quiere decir que dicha cartera perderá menos de dicha cantidad en 95 meses de cada 100, teniendo en cuenta su composición actual y el comportamiento reciente del mercado. Tal y como puede apreciarse en la figura 1

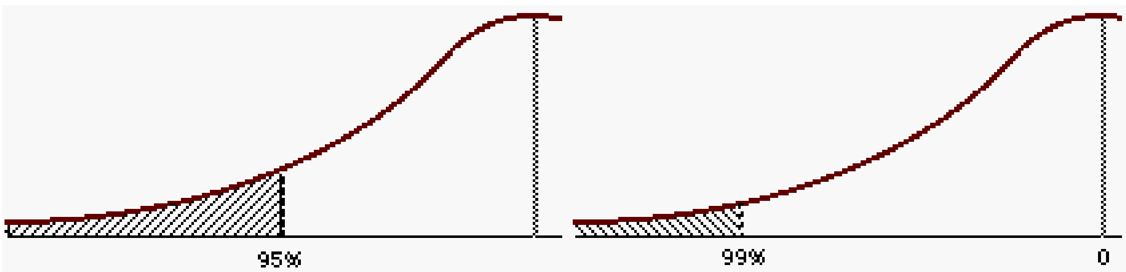

Fig.1 Distribución de lo valores del VaR para los niveles de confianza del 95% y del 99%

La figura 1 muestra el aspecto de la cola izquierda de la distribución de probabilidad de los resultados que una cartera puede obtener en el próximo futuro para los intervalos de confianza del 95% y del 99%. Aunque aquí figura una distribución normal esto no tiene porqué ser así en aquellas carteras que contienen opciones u otros productos derivados, cuyas distribuciones pueden ser bastante complejas.

El VaR, tal y como ha sido definido anteriormente, es una poderosa herramienta de medición del riesgo. No está limitada ni a determinadas categorías de activos ni a ciertas fuentes de riesgo de mercado, sino que están incluidos todos los activos y fuentes de riesgo de mercado que contribuyen a la distribución de probabilidad de los resultados de una cartera.

El VaR tiene tres componentes:

- un periodo de tiempo (día, mes, año, …)
- un nivel de confianza (95% o 99%)

- una pérdida máxima (expresada en moneda o en porcentaje)

Existen varias formas de calcularlo como, por ejemplo: El método histórico, el método de la varianza-covarianza, y la simulación Montecarlo. Estos métodos difieren en su adecuación para incorporar el riesgo de las opciones financieras, en su facilidad de implementación, en su facilidad o dificultad para ser explicados a la alta dirección, en su flexibilidad para analizar los efectos en los cambios de los supuestos y en la fiabilidad de los resultados (ver tabla 1).

Atributo	Método histórico	Varianza-Covarianza	Montecarlo
¿Captura los riesgos de las carteras que incluyen opciones?	Sí	No	Sí
¿Es fácil de implementar?	Sí, para las carteras con datos disponibles	Dificultad moderada dependiendo de la complejidad de los instrumentos y disponibilidad de los datos	Dependiendo del programa informático en algunos casos es más difícil de implementar.
¿Son rápidos los tiempos de cálculo?	Sí	Sí	No, salvo para carteras pequeñas
¿Es fácil de explicar a la alta dirección?	Sí	No	No
¿El VaR estimado produce conclusiones erróneas cuando el pasado reciente es atípico?	Sí	Si, salvo que se puedan usar correlaciones alternativas/desviaciones	Sí, salvo que se puedan usar estimaciones alternativas de parámetros
¿Son fáciles de llevar a cabo análisis para examinar efectos de supuestos alternativos?	No	Es fácil examinar supuestos alternativos sobre correlaciones-desviaciones típicas. Es imposible examinar supuestos alternativos sobre distribuciones de los factores de mercado	Sí

Tabla 1. Comparación de las diferentes metodologías del VaR
[Fuente: Arévalo 2015 basándose en Linsmeier y Pearson (2000)]

2. EL MÉTODO HISTÓRICO.

Este método simplemente reorganiza los rendimientos históricos, ordenándolos de menor a mayor y de izquierda a derecha; entonces, supone que la historia se repetirá desde la perspectiva de la distribución del riesgo.

En la figura 2 se observa el histograma de frecuencias de los rendimientos diarios obtenidos por Gamesa durante el año 2007 (252 valores). En la figura 3 se muestran los mismos datos colocados de menor a mayor y distribuidos en 100 percentiles.

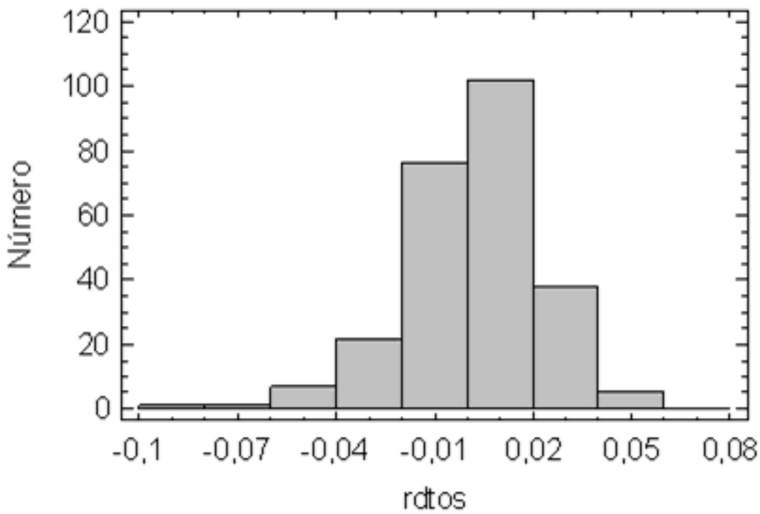

Fig. 2 Histograma de frecuencias de los rendimientos diarios de Gamesa durante 2007 [Fuente: Elaboración propia]

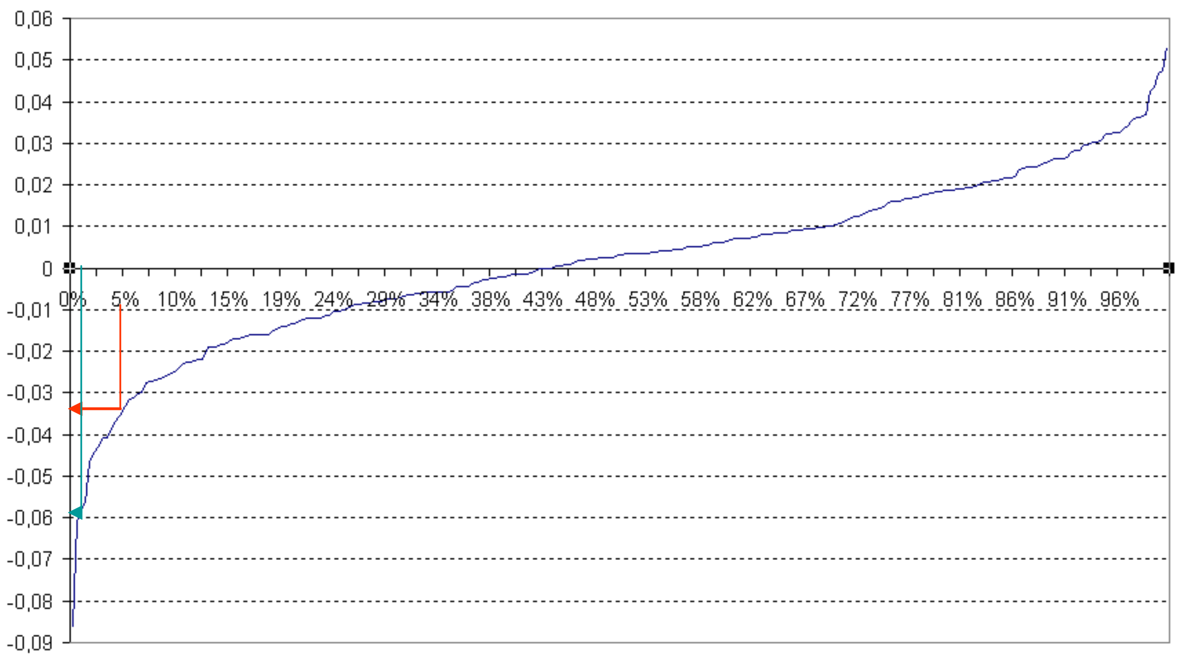

Fig. 3 Percentiles de los rendimientos diarios de Gamesa durante 2007. Se observa el nivel de confianza del 95% (flecha roja) y del 99% (flecha verde) [Fuente: Elaboración propia]

En este último gráfico se puede observar como la cifra representativa del 5% de los peores rendimientos viene representada por un rendimiento del -3,31%, lo que quiere decir que hay un nivel de confianza del 95% de que el rendimiento diario de Gamesa supere el -3,31% (o que hay un 5% de probabilidad de que el rendimiento diario de Gamesa sea peor que el -3,31%; o de que de cada 100 días en cinco se alcanzan rendimientos inferiores al -3,31%).

También podríamos haber aumentado el nivel de confianza hasta alcanzar el 99%, en ese caso el peor rendimiento diario de Gamesa sería del -5,9% (o que hay un 1% de probabilidad de que el rendimiento diario de Gamesa sea aún peor que el -5,9%), es decir, de cada 100 días Gamesa obtiene, en 99 de ellos, un rendimiento superior al -5,9%. El VaR, por tanto, nos da una estimación probabilística.

Resumiendo, este método utiliza datos históricos para predecir los rendimientos de los factores de riesgo en lugar de suponer que los rendimientos de dichos factores tienen una distribución normal. Para hacer esto se deberán seguir los pasos que se enumeran a continuación:

1. Reunir los datos del mercado para cada uno de los activos a lo largo del período histórico considerado.
2. Medir los cambios porcentuales en los precios día a día: los rendimientos.
3. Calcular el valor que obtendría la cartera si se repitiera la historia, es decir, obtener los diversos valores de la cartera correspondientes a las variaciones en los rendimientos calculados en el 2º paso.
4. Restando el valor actual de la cartera de los diversos valores de la misma, calculados en el paso anterior, podemos obtener cuáles serían las pérdidas debidas al riesgo de mercado si se repitiesen las condiciones.
5. Repetir este análisis para cada día de negociación en el periodo considerado, creando una distribución de posibles resultados de la cartera.
6. Cuando la distribución esté completa, jerarquice todos los resultados y elija un nivel de confianza (por ejemplo, para un nivel de confianza del 95% sobre los resultados de 100 días consecutivos implica seleccionar el quinto peor valor). El valor en ese percentil en la distribución representa el VaR de la cartera (véase la figura 4).

La principal ventaja de éste método es que no hace supuestos en la forma de la distribución, lo que permite captar eventos de todo tipo de instrumentos financieros (incluidas las opciones).

En cuanto a sus desventajas hay que señalar que no hay garantías de la relevancia del periodo histórico elegido y que los instrumentos financieros complejos pueden valorarse incorrectamente (por ejemplo, opciones que no están disponibles en el mercado).

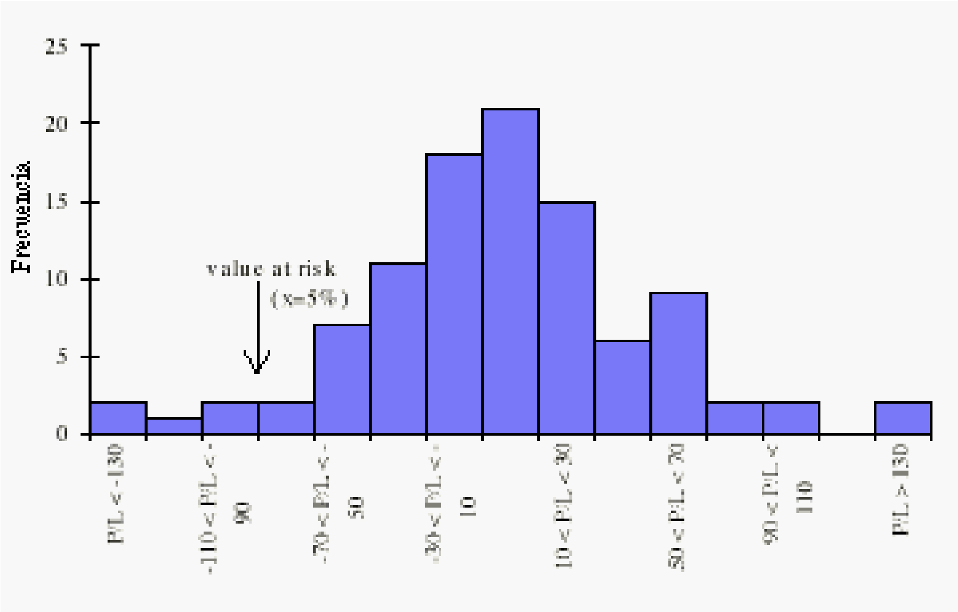

Fig.4 Histograma de beneficios y pérdidas diarios hipotéticos sobre un contrato a plazo [Fuente: Linsmeier y Pearson (1.996)]

3. EL MÉTODO VARIANZA-COVARIANZA

Este método, también conocido como VaR paramétrico, supone que los rendimientos del activo se distribuyen normalmente, lo que implica que con que sepamos su rendimiento medio esperado y su desviación típica podremos representar dicha distribución (véase la figura 5). La matriz de varianzas/covarianzas de los rendimientos de los diversos componentes de la cartera de valores puede ser fácilmente aplicada a las posiciones en riesgo para calcular el VaR. La idea subyacente es la misma que la del método anterior salvo que se utiliza la curva de la distribución normal en lugar de los datos; esto nos permite saber directamente dónde se encuentran los peores 5% y 1%.

Nivel de confianza	Nº de desviaciones típicas (σ)
95% (alto)	-1,645 x σ
99% (muy alto)	- 2,326 x σ

La curva de la figura 5 se basa en el valor medio de los rendimientos diarios de Gamesa durante 2007: 0,16% y su desviación típica: 2,04%:

Nivel de confianza	Nº de s	Operaciones
95% (alto)	-1,645 x σ	0,16% - 1,645 x 2,04% = -3,196%
99% (muy alto)	- 2,326 x σ	0,16% - 2,326 x 2,04% = -4,585%

Con el 95% de confianza se puede decir que la pérdida máxima será igual al 3,196% diario (muy similar al del método anterior que era del 3,31%). Mientras que si aumentamos el nivel de confianza al 99% la pérdida máxima pasa a ser del 4,585% diario (menor pérdida que en el método anterior que era del 5,9%).

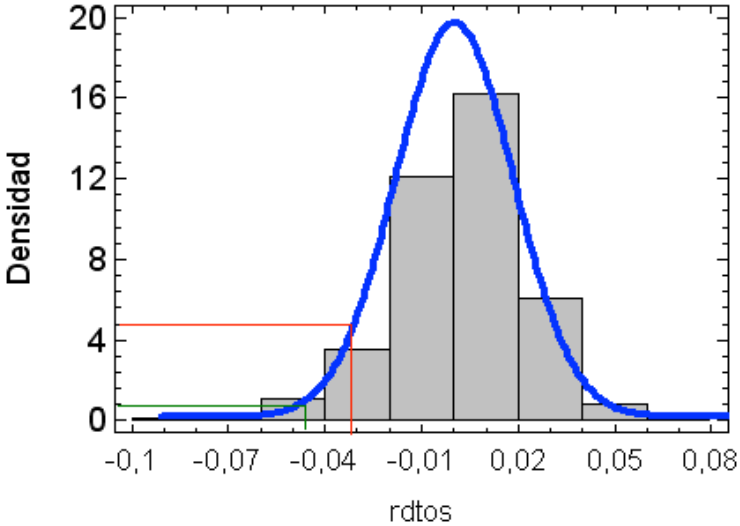

Fig. 5 Distribución normal e histograma de frecuencias de los rendimientos diarios de Gamesa durante 2007. Se observa el nivel de confianza del 95% (marca roja) y del 99% (marca verde). [Fuente: Elaboración propia]

Este método funciona razonablemente bien en activos que generan pagos lineales pero es problemático para los derivados debido a sus flujos de caja asimétricos (para éstos se recomienda el comentado en el epígrafe siguiente).

Un supuesto clave en la construcción del modelo es el proceso estocástico seguido por las variables básicas del mismo: distribución *normal* o *lognormal*. La primera es más sencilla, familiar y tratable pero implica una pequeña probabilidad de disponer de valores negativos para los precios de los activos lo que puede ocurrir si suelen ser muy bajos, su volatilidad muy alta y el periodo de análisis suficientemente largo. La distribución lognormal resuelve este problema porque su distribución de probabilidad se trunca en cero; de hecho, es la distribución normal de los rendimientos calculados éstos como el logaritmo natural de los cambios en los precios entre dos periodos consecutivos.

4. EL MÉTODO DE LA SIMULACIÓN MONTE CARLO.

El tercer método implica el desarrollo de un modelo que, en nuestro caso, muestre el comportamiento futuro del rendimiento diario de las acciones de Gamesa a través de un gran número de pruebas o simulaciones generadas aleatoriamente. A dichas simulaciones, mediante la generación de números aleatorios, se le denomina método de Monte Carlo. Este método no dice nada de la metodología subyacente y, por ello, para muchos usuarios es como una "caja negra" que genera resultados aleatorios.

Basándonos en el comportamiento de los rendimientos diarios históricos de Gamesa hemos realizado 1.000 simulaciones de la posible evolución anual de dichos rendimientos para lo que hemos utilizado el valor medio y la desviación típica de dichos rendimientos diarios (0,16% y 2,04% respectivamente). En cada simulación se ha extraído el valor del percentil del 5% (nivel de confianza del 95%) y el del 1% (nivel de confianza del 99%) y se ha obtenido el valor medio de cada percentil después de las mil simulaciones, el resultado ha sido de un rendimiento diario medio mínimo del -3,22% con un nivel de confianza del 95% y de un valor medio mínimo del -4,5% con un nivel de confianza del 99%. En la figura 6 se muestra un ejemplo del histograma de frecuencias de una de las simulaciones.

En términos generales este método da más importancia a los posibles *shocks* del mercado utilizando modelos matemáticos para predecirlos. Los pasos para implementarlo son:

1º. Utilizar las variaciones pasadas de los factores de riesgo (tales como los tipos de interés, por ejemplo) con objeto de generar una ecuación que las modele. Dicho modelo suele ser generado a través de un análisis de regresión. Con ello podemos generar un rango de valores futuros de los tipos de interés a través de la generación de números aleatorios.

2º. Simular el comportamiento de los factores de riesgo en el período próximo. Dados los valores actuales y una distribución de números aleatorios que prediga los valores futuros, el modelo debería estar en condiciones de calcular un posible valor futuro para cada factor de riesgo. Esta operación será repetida varios miles de veces con lo que podremos confeccionar una distribución de probabilidad.

3º. Cada uno de estos valores tiene una probabilidad de ocurrencia asignada basada en la distribución aleatoria utilizada para realizar la simulación. Los valores serán jerarquizados de mayor a menor. Si elegimos un nivel de confianza del 95%, cuando la probabilidad acumulada de la distribución alcance el 5%, ese valor indicará el VaR.

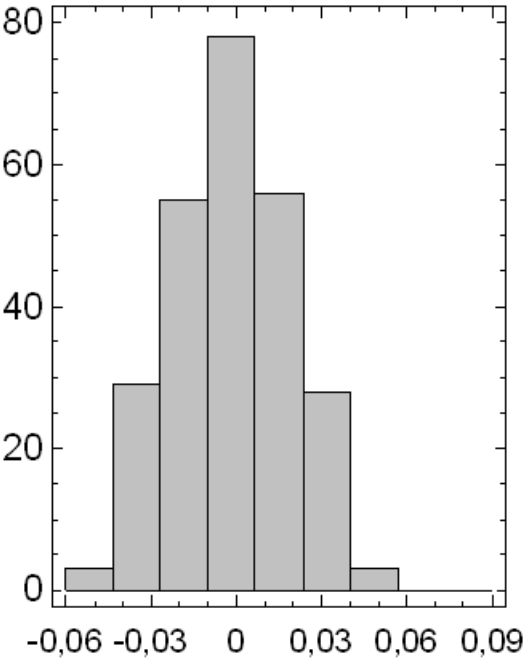

Fig. 6

Los modelos de Montecarlo modelan las variaciones en los factores de riesgo más que los cambios en los activos individuales. La simulación Montecarlo es útil: a) debido a que el número de factores de riesgo es mucho más pequeño que el número de activos que uno desearía modelizar; y b) debido a su flexibilidad, que permite alterar la distribución de probabilidad cuando sea necesario. Su gran ventaja es que encaja todo tipo de instrumentos financieros (opciones incluidas) pudiéndose examinar un gran número de escenarios. Por el contrario, puede consumir mucho tiempo de cálculo informático y el modelo de riesgos es más grande que en los casos anteriores.

5. LIMITACIONES DEL VaR

5.1 Principales simplificaciones utilizadas en su cálculo[3]

Los rendimientos se distribuyen según una Normal cuando en la realidad no siempre se comportan así. La distribución Normal minimiza la probabilidad de grandes cambios en los precios (es decir, minimizan la probabilidad de grandes pérdidas). Es verdad que en un periodo corto 1-10 días la distribución Normal puede llevar a conclusiones erróneas pero a largo plazo los rendimientos si se comportan como dice dicha distribución.

[3] Nuxoll 1999 y Arevalo 2015

Se suele utilizar un número pequeño de correlaciones estimadas entre los rendimientos porque dicho número aumenta exponencialmente con el número de activos implicados. Esto puede llevar a estimar por exceso o defecto el riesgo eliminado mediante la diversificación o mediante la cobertura.

El uso de datos históricos para estimar las relaciones entre los rendimientos puede llevar a infravalorar algunos riesgos. Así, por ejemplo, los datos en los precios de las opciones pueden tener un comportamiento distinto si son *out-of-the-money* (OTM) en relación a cuando son *in-the-money* (ITM); éstas últimas serán ejercidas con mucha mayor probabilidad que las primeras porque las OTM necesitarán un gran cambio en el precio del subyacente para poder ser ejercidas.

El VaR se suele calcular diariamente (al final del día, por lo general) y se asume que la composición de la cartera es fija pero esto ignora que los riesgos que los operadores (*traders*) asumen durante el día.

Los números que forman parte del modelo VaR son conocidos con certeza. El modelo estima el riesgo asignando probabilidades estimadas en los cambios en los precios (rendimientos). Los modelos VaR no permiten incertidumbres en los números que utilizan y asumen que los precios futuros se comportarán igual que en el pasado.

5.2 Limitaciones metodológicas[4]

El VaR no captura los valores extremos (*outliers*) por debajo del intervalo de confianza. Hay que tener presente que la matriz varianzas-covarianzas descansa en la estabilidad de las correlaciones entre los rendimientos entre los activos de la cartera, estabilidad que se ve comprometida debajo del intervalo de confianza (cuando se da una situación de grandes pérdidas las correlaciones reales seguramente no se parecen nada a las mostradas en la matriz). Los valores extremos son más habituales de lo indicado por la distribución Normal.

La variación del riesgo de liquidez en ciertos mercados no está contemplada en el cálculo del VaR cuando una reducción de dicha liquidez implicaría aumentar el riesgo de pérdidas por la dificultad de deshacer las posiciones a unos precios de equilibrio.

Los diferentes modelos para calcular el VaR hacen difícil comparar sus resultados ni su interpretación. El resultado puede diferir mucho dependiendo del método utilizado.

[4] Lèvy-Rueff, 2005, Styblo 1995 y Arévalo 2015

El horizonte temporal es muy importante en el cálculo del VaR. Si el periodo es corto las conclusiones pueden ser erróneas porque los instrumentos financieros exóticos no pueden liquidarse en este breve espacio temporal algo que si es posible realizar en periodos más largos.

La selección del conjunto de datos es otro componente importante del VaR. El uso de diferentes conjuntos pueden producir enormes diferencias en su cálculo; el mero hecho de utilizar datos intradía o datos de cierre puede provocar grandes diferencias en periodos de alta volatilidad.

En cuanto a los datos históricos hay empresas que usan una serie de 90 días pero el consenso del mercado es un mínimo de un año de serie histórica de datos. Otro tema importante es la frecuencia, no es lo mismo datos mensuales que diarios.

El VaR no capta determinados riesgos como son el político, el de liquidez, el operativo, el regulatorio, etc.

6. EJEMPLO DEL VaR PARA UNA CARTERA DE RENTA VARIABLE

Vamos a ver un ejemplo de cálculo del VaR basado en el método varianza-covarianza. Supongamos que disponemos de una cartera de valores compuesta por tres tipos de acciones. Disponemos de su precio de mercado, del número de acciones de cada empresa que componen la cartera y, por tanto, del valor de mercado de ésta última, así como del porcentaje de su valor que representa cada tipo de acción; por último, también disponemos de la volatilidad del rendimiento diaria de cada acción.

Activo	Precio/acc.	Nº Acciones	Valor de Mercado	Cuota	Desv. Típica diaria
A	22,40 €	1.000.000	22.400.000 €	12,70%	1,196%
B	19,38 €	3.000.000	58.140.000 €	32,95%	0,693%
C	47,95 €	2.000.000	95.900.000 €	54,35%	1,3986%
			176.440.000 €		

Además disponemos de los coeficientes de correlación entre los tres activos:

$$\rho_{AB} = 0{,}579 \qquad \rho_{AC} = 0{,}195 \qquad \rho_{BC} = 0{,}094$$

Ahora procederemos a calcular la desviación típica de los rendimientos de la cartera extrayendo la raíz cuadrada positiva de su varianza, que se obtiene mediante el siguiente cálculo:

$$\sigma^2_p = \Sigma \Sigma x_i . x_j . \sigma_i . \sigma_j . \rho_{ij}$$

σ^2_p = (12,7% x 12,7% x 1,196% x 1,196% x 1) + (12,7% x 32,95% x 1,196% x 0,693% x 0,579) + (12,7% x 54,35% x 1,196% x 1,3986% x 0,195) + (32,95% x 12,7% x 0,693% x 1,196% x 0,579) + (32,95% x 32,95% x 0,693% x 0,693% x 1) + (32,95% x 54,35% x 0,693% x 1,3986% x 0,094) + (54,35% x 12,7% x 1,3986% x 1,196% x 0,195) + (54,35% x 32,95% x 1,3986% x 0,693% x 0,094) + (54,35% x 54,35% x 1,3986% x 1,3986% x 1) = 0,000077086921824

σ_p = 0,00878 = 0,878% diario

Para calcular el VaR a un día de la cartera primeramente debemos establecer un intervalo de confianza (α) que normalmente será del 95% o del 99%; calculando[5] el percentil 1-α de la distribución normal ($z_{1-\alpha}$) obtendremos los valores de 1,645 (1-α = 5%) y 2,326 (1-α = 1%). Ahora obtendremos el VaR diario mediante la siguiente expresión:

1-α = 5% → $VaR_{1\ día} = -V_0\ z_{1-\alpha}\ \sigma_p$ = - 176.440.000 € x 1,645 x 0,878% = 2.548.341 €
1-α = 1% → $VaR_{1\ día} = -V_0\ z_{1-\alpha}\ \sigma_p$ = - 176.440.000 € x 2,326 x 0,878% = 3.603.307 €

Si necesitamos el VaR para un periodo mayor multiplicaremos el resultado anteriormente obtenido por √(n); el motivo es que se supone[6] que la varianza de los rendimientos es proporcional al tiempo transcurrido, luego la desviación típica lo es a la raíz cuadrada de dicho tiempo. Por ejemplo, para los próximos diez días:

1-α = 5% → $VaR_{10\ días}$ = 2.548.341 € x √(10) = 8.058.560 €
1-α = 1% → $VaR_{10\ días}$ = 3.603.307 € x √(10) = 11.394.657 €

En resumen, que hay un 5% de probabilidad de que en los próximos diez días la cartera sufra una pérdida superior a 8.058.560 euros y una del 1% de que la pérdida supere 11.394.657 de euros.

---

[5] Estos valores se extraen de una tabla de la distribución normal o utilizando la función =DISTR.NORM.ESTAND.INV() de Excel®.

[6] Mascareñas, Juan (2015): "Procesos Estocásticos: Introducción". *Monografías de Juan Mascareñas sobre Finanzas Corporativas* nº 27. Disponible en: http://ssrn.com/abstract=2316024

6. EJEMPLO DEL VaR PARA UNA CARTERA DE RENTA FIJA

Ahora disponemos de una cartera de renta fija formada por tres bonos del tipo cupón-cero de los que disponemos de los siguientes datos: Su plazo hasta el vencimiento, su valor nominal (al ser un bono cupón-cero es el valor que se entregará en la fecha de vencimiento), su precio (en porcentaje del valor nominal), su valor de mercado (valor nominal por su precio), la cuota de cada bono en el total de la cartera, su rendimiento anual hasta el vencimiento, su *duración modificada*[7] (D*) y la desviación típica diaria de su rendimiento (σ_r)[8].

Activo	Plazo	Nominal	Precio (%)	Valor de Mercado	Cuota	TIR (r)	D*	Desv. Típica
A	3	100.000.000	89,00%	89.000.000	22,88%	3,922%	2,887	1,0572%
B	7	300.000.000	74,00%	222.000.000	57,07%	4,348%	6,708	0,9815%
C	20	200.000.000	39,00%	78.000.000	20,05%	4,764%	19,091	0,7970%
				389.000.000				

El VaR diario para cada bono individual de la cartera se puede obtener de la expresión siguiente:

$$VaR_{1\ día} = -V_0 \ .\ D^* \ .\ [(r \ .\ \sigma_r) \ .\ z_{1-\alpha}]$$

Si suponemos un valor de α = 95% el VaR para cada uno de los bonos es:

A –> $VaR_{1\ día}$ = - 89.000.000 € x 2,887 x [(3,922% x 1,0572%) x 1,645] = - 175.225 €
B –> $VaR_{1\ día}$ = - 222.000.000 € x 6,708 x [(4,348% x 0,9815%) x 1,645] = - 1.045.380 €
C –> $VaR_{1\ día}$ = - 78.000.000 € x 19,091 x [(4,764% x 0,797%) x 1,645] = - 929.972 €

El $VaR_{1\ día}$ de la cartera formada por los tres bonos y suponiendo que se comportan independientemente unos de otros es igual a la suma de los tres VaR: -2.150.576 €. Si deseamos obtener el $VaR_{10\ días}$ de la cartera:

$$VaR_{10\ días} = VaR_{1\ día} \times \sqrt{(10)} = - 2.150.576\ € \times 3,1623 = - 6.800.720\ €$$

Si suponemos un valor de α = 99% el VaR para cada uno de los bonos es:

A –> $VaR_{1\ día}$ = - 89.000.000 € x 2,887 x [(3,922% x 1,0572%) x 2,326] = - 247.824 €
B –> $VaR_{1\ día}$ = - 222.000.000 € x 6,708 x [(4,348% x 0,9815%) x 2,326] = - 1.478.500 €

[7] Si el lector no conoce los parámetros utilizados para medir el riesgo de los bonos puede consultar Mascareñas, Juan (2014): "La medida del riesgo de interés de los bonos". *Monografías de Juan Mascareñas sobre Finanzas Corporativas* nº 10. Disponible en: http://ssrn.com/abstract=2314097

[8] Observe que la volatilidad diaria decrece con el plazo del bono, algo habitual en el mercado de renta fija donde la volatilidad de los rendimientos de los bonos a corto plazo es mayor que la de los bonos a largo plazo.

C –> $VaR_{1\ día}$ = - 78.000.000 € x 19,091 x [(4,764% x 0,797%) x 2,326] = - 1.315.277 €

Siendo el $VaR_{1\ día}$ de la cartera la suma de los tres: - 3.041.601 € y su $VaR_{10\ días}$:

$$VaR_{10\ días} = VaR_{1\ día} \times \sqrt{(10)} = -\ 3.041.601\ € \times 3{,}1623 = -\ 9.618.387\ €$$

Si resultara que hay una cierta correlación entre los rendimientos de los tres bonos, como suele ser normal, deberemos realizar un cálculo similar al realizado en el epígrafe anterior de tal manera que el VaR de la cartera sería igual a la raíz cuadrada de la suma de los diversos productos de los VaR de dos en dos y multiplicados por su coeficiente de correlación:

$$VaR_p = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} VaR_i \cdot VaR_j \cdot \rho_{ij}}$$

el resultado será un VaR inferior al calculado anteriormente y que podríamos denominar VaR no diversificado.

Hasta aquí hemos calculado el VaR de la cartera de bonos a través de las volatilidades de los rendimientos (σ_r) pero también podríamos haberlo calculado, de manera alternativa, a través de las volatilidades de los precios (σ_v). De hecho, el enlace entre la volatilidad del rendimiento hasta el vencimiento y la volatilidad del valor de mercado viene dada por la *duración modificada* (D*):

$$\sigma_v = \sigma_r \,.\, (r \,.\, D^*) \rightarrow \sigma_r = \sigma_v \div (r \,.\, D^*)$$

En el caso de que la cartera estuviese compuesta por bonos ordinarios que pagan cupones anualmente (o semestralmente) el cálculo se haría de la misma forma aunque sería mucho más tedioso. Tendríamos en cuenta que cada cupón de cada bono viene a ser realmente un bono cupón-cero; por ejemplo, un bono que paga cupones anuales durante veinte años es en realidad una cartera formada por veinte cupones-cero. Cada uno de estos cupones-cero dispone de rendimiento hasta el vencimiento, *duración modificada*, precio de mercado y volatilidad (de precio o de rendimiento). Además dispondríamos de una matriz de coeficientes de correlación que relacionase los VaR de la totalidad de los cupones. Como es lógico para lidiar con este tipo de carteras hace falta un software específico y no sólo por lo comentado sino porque cada una dispone de cientos de bonos por ello se suelen utilizar técnicas de mapeo de flujos de caja (*cash-flow mapping)* que agrupa los flujos de caja (cupones y nominales) que vencen en fechas próximas (*time buckets*) reduciendo de esta forma el volumen de los cálculos.

BIBLIOGRAFÍA

ARAGONES, José y BLANCO, Carlos (2000): *Valor en Riesgo*. Pirámide. Madrid

AREVALO, Pedro (2015): *Indicadores Óptimos de Consumo de Capital en Situaciones de Crisis: Análisis del Comportamiento del Value at Risk por Percentil y Percentil Ponderado*. Tesis Doctoral. Universidad Complutense de Madrid. Madrid

HARPER, David (2007): "Introduction to Value at Risk". http://www.investopedia.com

HAWKINGS, Ian (1997): "Risk Analysis Techniques". RentAQuant Research Paper.

JORION, P (1997): Value at Risk: *The New Benchmark for Controlling Market Risk*. Irwin. Chicago. 1997

LEVY-RUEFF, G (2005): "Significance and limitations of the VaR figures publicly disclosed by large financial institutions". *Financial Stability Review* 7, pp.: 75-90

LINSMEIER, Thomas y PEARSON, Neil (1996): "Risk Measurement: An Introduction to Value at Risk". *University of Illinois* (Urbana-Champaign). Julio.

LINSMEIER, Thomas y PEARSON, Neil (2000): "Value at Risk". *Association for Investment Management and Research*. Marz-Abril pp:47-67

LYNAGH, Stephen (1997): "Value at Risk". *Note* nº 9-297-069. Harvard Business School. 15 de julio

MARTIN, José; OLIVER, María y De la Torre, Antonio (1997): "Value at risk: Un modelo de control del riesgo de mercado". *Revista Europea de Dirección y Economía de la Empresa* vol 6, nº 3. Págs.: 139-154

NUXOLL, D.A. (1999): "Internal Risk-Management Models as a Basis for Capital Requirement". *FDIC Banking Review*, Mayo pp: 18-29

SMITH, Donald (2009): "A Primer on Bond Portfolio Value at Risk". *Advances in Financial Education: Journal of the Financial Education Association*. Vol. 7, 1/2, p. 1-14

STYBLO, T (1995): "Seductive but Dangerous" *Financial Analysts Journal*, sept-oct pp:47-56